

Staatliche Rahmenbedingungen



Wilhelmshaven



Diese Vorlesung wird in Bild
und Ton des
Dozenten
mitgeschnitten
und anschließend online zur
Verfügung gestellt

Prof. Dr. Bernhard Köster
Jade-Hochschule Wilhelmshaven
3. Termin WiSe 2021

<http://www.bernhardkoester.de/video/inhalt.html>

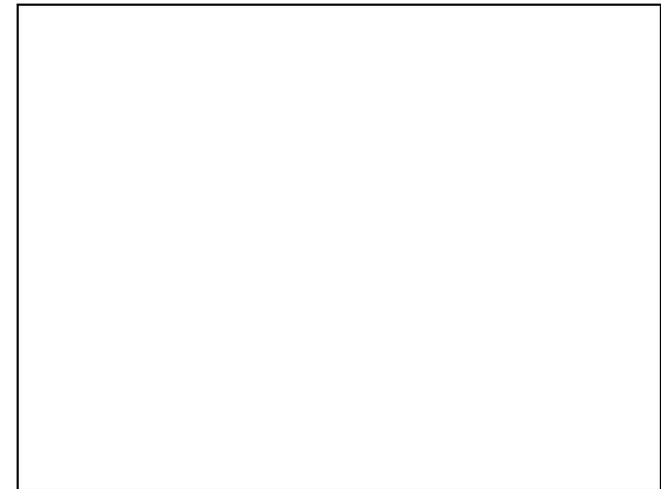




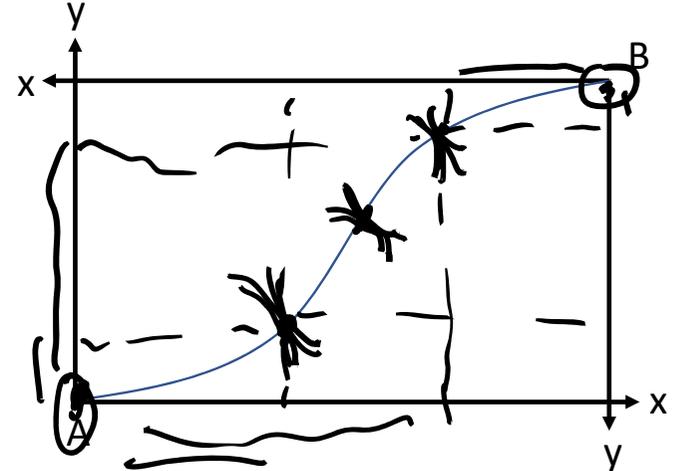
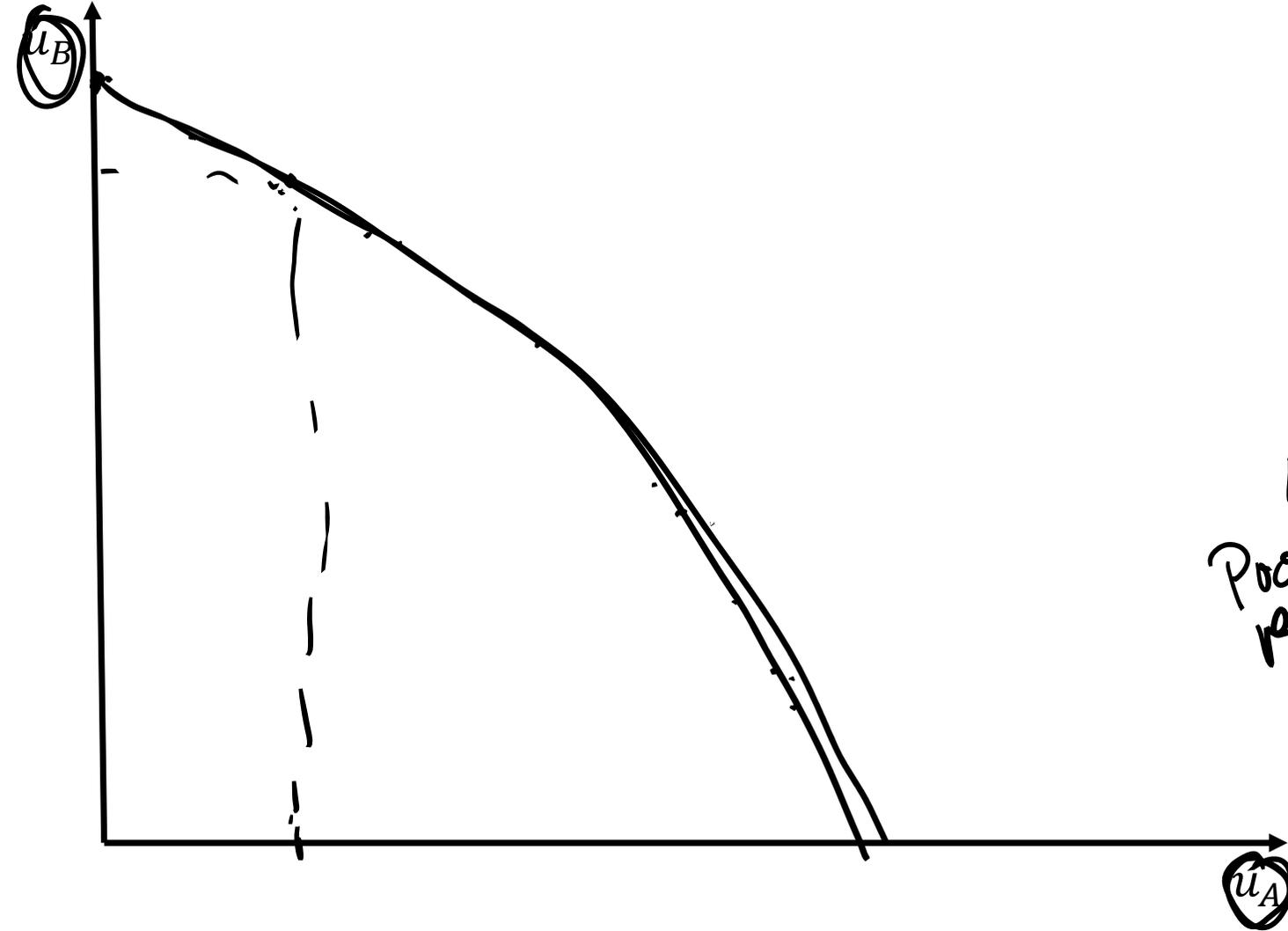
Staatliche Rahmenbedingungen

Wintersemester 2021

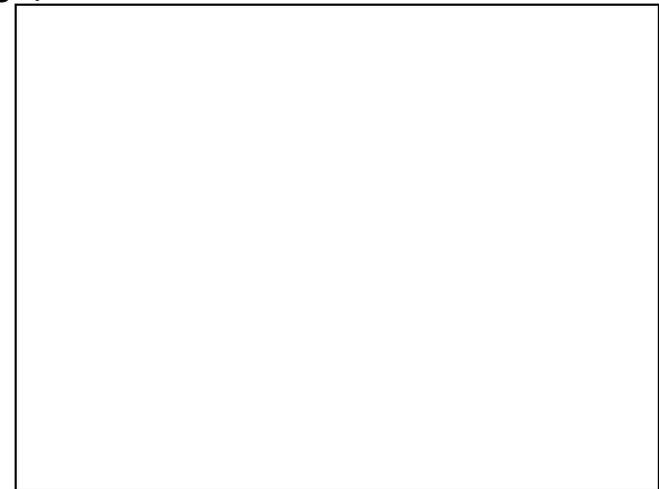
Prof. Dr. Bernhard Köster



Nutzenmöglichkeitsmenge



Konkav sei konkav
Kontinuum StF \rightarrow Punkte
Produktion \rightarrow Punkte
Maxi



Wohlfahrtsordnung und Wohlfahrtsfunktion*

- Wohlfahrtsordnung (vgl. Präferenzen und Nutzenfunktion $u_r(x_r)$ aus der Mikroökonomie): Der Menge der zulässigen Allokation $X = (\vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_n)$ wird eine vollständige und transititive Relation „ \succcurlyeq “ zu geordnet:

1. Vollständigkeit: Für alle \vec{x}_i, \vec{x}_j gilt $\vec{x}_i \succcurlyeq \vec{x}_j$ oder $\vec{x}_j \succcurlyeq \vec{x}_i$
2. Transitivität: Für alle $\vec{x}_i, \vec{x}_j, \vec{x}_k$ gilt, wenn $\vec{x}_i \succcurlyeq \vec{x}_j$ und $\vec{x}_j \succcurlyeq \vec{x}_k$ dann gilt $\vec{x}_i \succcurlyeq \vec{x}_k$

- Daraus kann unter gewissen Stetigkeitsannahmen und der Annahme der Abgeschlossenheit eine Funktion $W(\vec{x}_i)$ auf den rationalen Zahlen definiert werden, mit

- $W(\vec{x}_i) \geq W(\vec{x}_j)$ genau dann, wenn $\vec{x}_i \succcurlyeq \vec{x}_j$

- Zusammen mit den individuellen Nutzenfunktionen $u_r(x_r)$ läßt sich die Wohlfahrtsfunktion auch über den Nutzen definieren

$$W(u_1, \dots, u_n).$$

*) Bergson, A *A reformulation of certain aspects of welfare economics* (1938),
The Quarterly Journal of Economics. 52, Nr. 2, S. 310–334

Spezielle Wohlfahrtsfunktionen

- Utilitaristische Wohlfahrtsfunktion: $W(x) = \sum_{i=0}^n \alpha_i u_i(x)$

$W = (u_1) + (u_2) + (u_3) + (u_4) + \dots$

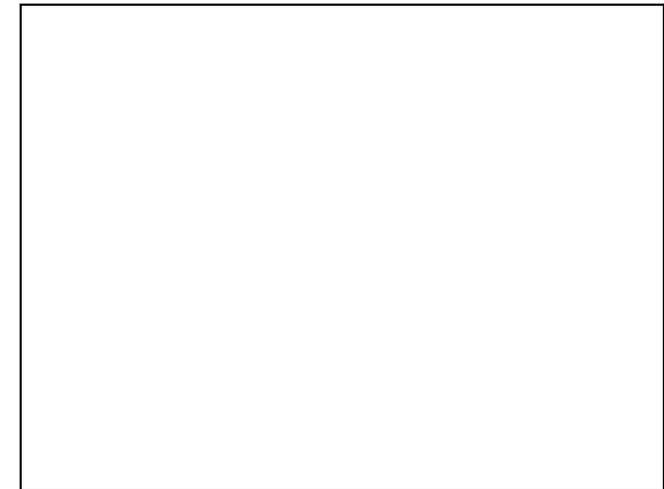
$u(x_1, x_2) = x_1 + x_2$

↑
perfekte Güter

Ein gerechter Zustand wird dadurch erreicht, dass die gewichtete Summe individuellen Glücksempfinden maximiert wird. Individuelle Nutzen können damit direkt gegeneinander aufgewogen werden. (Bentham, J. (1748 – 1832) und Mill, J.S. (1806 – 1873)).

Subjektive

Aus heutiger Sicht erscheint dieser Ansatz, dass das Glück des einen das Glück der anderen aufwiegen kann mitunter unsozial, bzw. aufgrund der Gewichtung relativ willkürlich. Zur Wende des 18./19.Jh. des sich in der Industriellen Revolution befindlichen Vereinigten Königreichs mit seinem sich ausbildenden Proletariat (Manchesterkapitalismus) erscheint die Idee in die soziale Wohlfahrt das Glück einer immer größer werdenden Schicht von relativ armen Menschen einzubeziehen dagegen eher sozialrevolutionär.



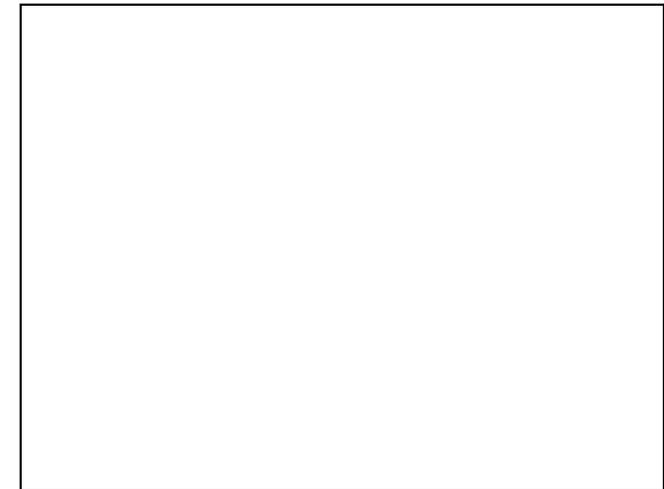
Spezielle Wohlfahrtsfunktionen

- Rawlssche Wohlfahrtsfunktion: $W(x) = \min\{u_1(x), \dots, u_n(x)\}$ ← *perfekter Kompromiss*

Ein gerechter Zustand wird erreicht, wenn der Nutzen des am schlechtesten gestellten Individuums maximiert wird (vgl. maxmin- oder minmax-Prinzip aus der Entscheidungstheorie). Hintergrund ist die Idee einer fairen politischen Idee der Gerechtigkeit

(Rawls, J. (1971), A Theory of Justice).

Idee ist es, eine Gesellschaftsform anzustreben, in der unter freien Individuen es nicht möglich ist, dass ein Individuum einem anderen Institutionen aufzwingt, die nicht öffentlich nachvollziehbar begründet werden können. Unter dem Schleier der Unwissenheit über die genaue Position wo man in der Gesellschaft steht, ergibt sich dann das formulierte Wohlfahrtskonzept.



Spezielle Wohlfahrtsfunktionen

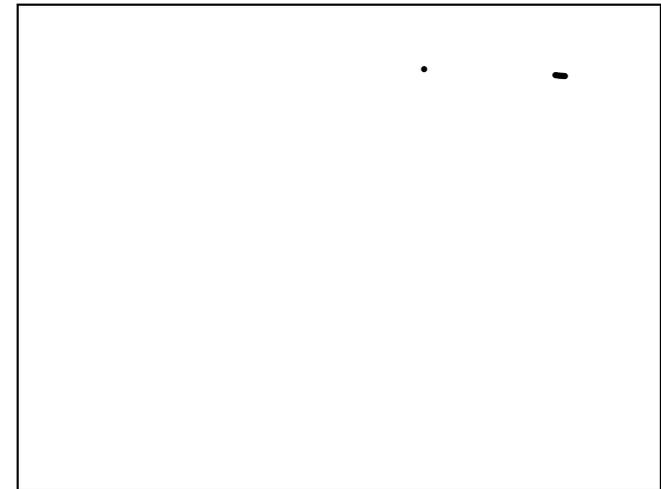
- Nash-Wohlfahrtsfunktion: $W(x) = \prod_{i=1}^n [u_i(x)]^{\alpha_i}$ $W = u_1 \cdot u_2 \leftarrow \sim$ Cobb-Douglas-Funktion

Ein gerechter Zustand wird dadurch erreicht, dass das gewichtete Produkt individuellen Glücksempfinden maximiert wird. Gegenüber der utilitaristischen Wohlfahrtsfunktion sind die individuellen Nutzen keine perfekten Substitute mehr, aber auch keine perfekten Komplemente, wie bei Rawls. Die Nash-Wohlfahrtsfunktion stellt damit einen Kompromiss zwischen beiden Extremen dar.

- Isoelastische Wohlfahrtsfunktion: $W(x) = \frac{1}{1-\rho} \sum_{i=0}^n \alpha_i [u_i(x)]^{1-\rho}$ $\leftarrow \sim$ CES-Nutzenfunktion

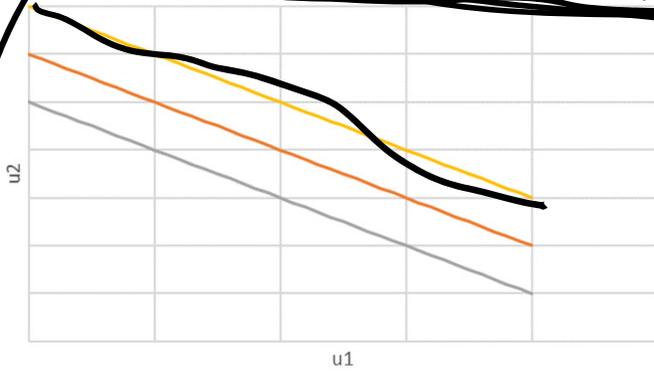
Die Isoelastische Wohlfahrtsfunktion verallgemeinert die drei vorher diskutierten Wohlfahrtsfunktionen. Der Parameter ρ als Ungleichheitsavversionsparameter interpretiert werden:

$\rho = 0$: Utilitaristisch
 $\rho = \infty$: Rawls
 $\rho = 1$: Nash



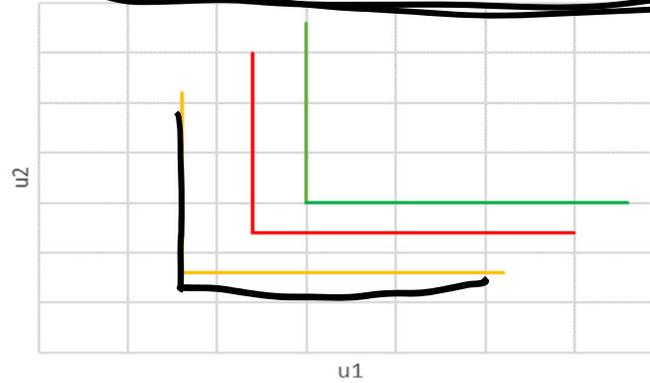
Wohlfahrtsindifferenzkurven

Utilitaristisch $W(x) = \sum_{i=0}^n \alpha_i u_i(x)$



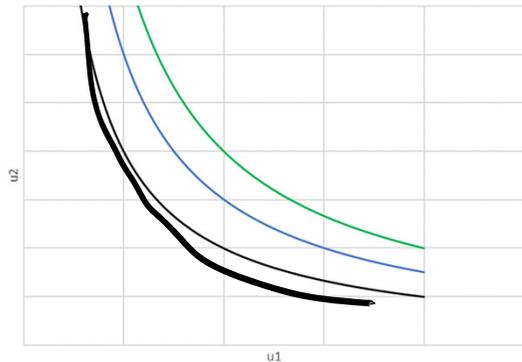
I-W1 I-W2 I-W3

Rawls $W(x) = \min\{u_1(x), \dots, u_n(x)\}$



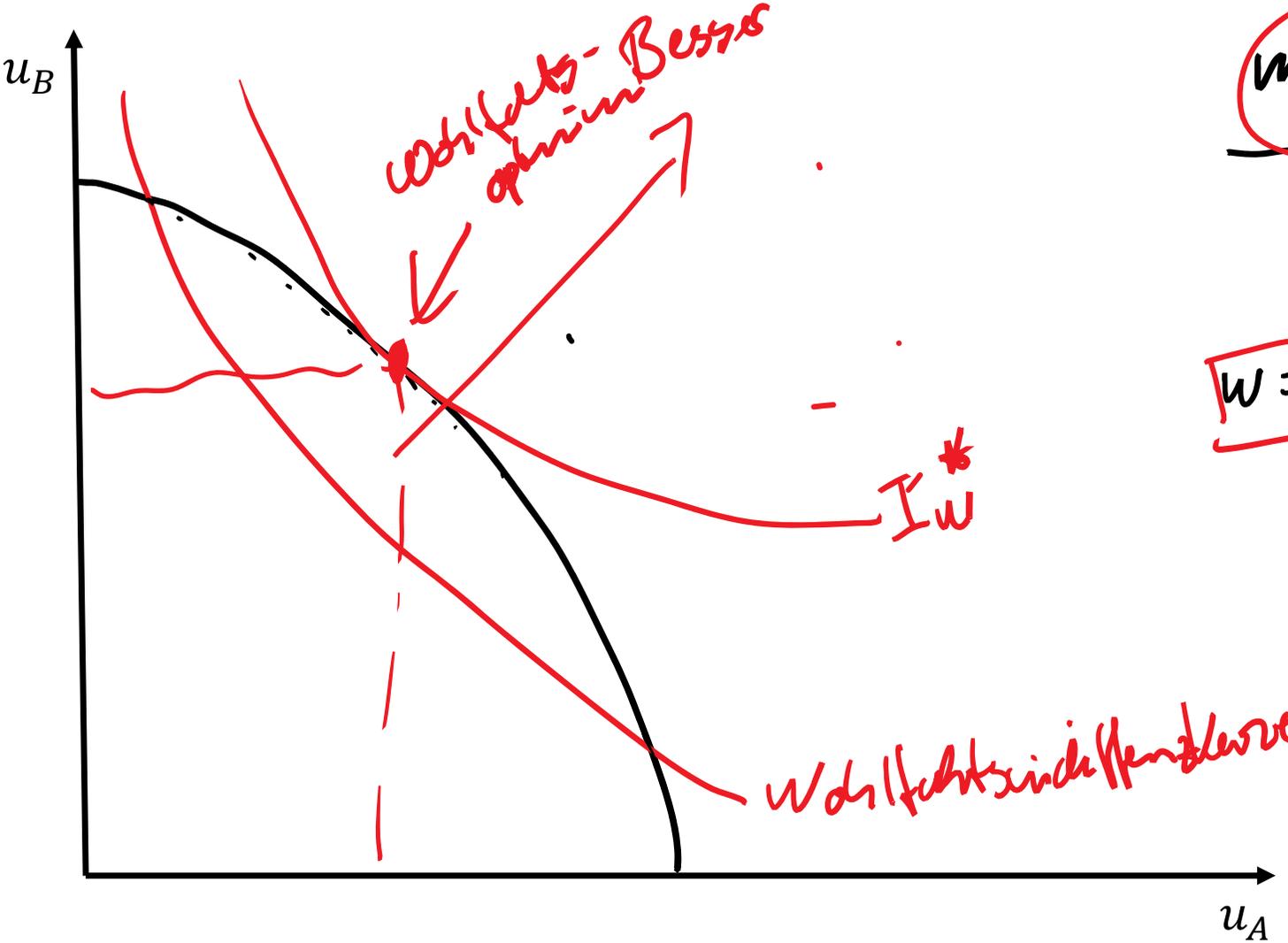
I-W1 I-W2 I-W3

Nash $W(x) = \prod_{i=1}^n [u_i(x)]^{\alpha_i}$



I-W2 I-W1 I-W3

Soziale Wohlfahrtsfunktion und soziales Optimum

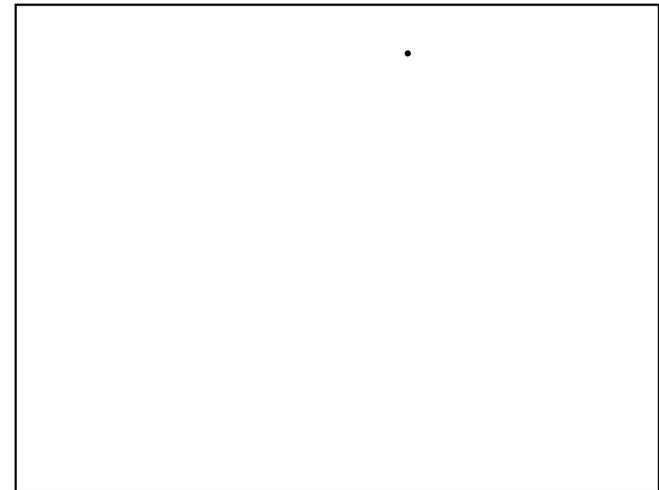


$$\max W$$

NB:

$u_A \dots u_B$ in der
Nutzenmöglich-
keitsmenge
liegen

$$W = u_A \cdot u_B$$



Konzept der Fairness¹

- In der Ökonomie gehen wir grundsätzlich von unterschiedlichen Präferenzen der Individuen aus.
 - Damit werden Individuen ein und dasselbe Güterbündel in der Regel unterschiedlich bewerten.
 - Daraus erwächst ein grundsätzliches Problem in der Formulierung eines Konzepts für Gerechtigkeit: Wie soll man das Für und Wider gegeneinander aufwiegen?
 - Die dargestellten sozialen Wohlfahrtsfunktionen unterstellen immer eine gewisse Art der Aggregation der individuellen Präferenzen, die das Problem der unterschiedlichen Bewertungen letztlich aber nicht lösen können.
 - Einen Ausweg aus diesem Dilemma bietet das Konzept der Fairness:

Definition 1: Wenn Individuum A das Güterbündel von B dem eigenen vorzieht, so sagt man: A beneidet B.

Definition 2: Eine Allokation wird dann als gerecht bezeichnet, wenn kein Individuum ein anderes Individuum beneidet.

Definition 3: Eine Allokation, die sowohl gerecht, als auch pareto-effizient ist, bezeichnet man als fair.

Fair $\hat{=}$ Kein Neid + Pareto-effizienz

1) Varian, H.L. (1975), Distributive justice, welfare economics, and the theory of fairness, Journal of Philosophy and Public Affairs 4, 223-247.

Varian, H.L. (1976), Two problems in the theory of fairness,

Journal of Public Economics Volume 5, Issues 3-4, April-May 1976, Pages 249-260

Kaldor-Test und Hicks-Test

- **Kaldor-Test (1939):**

Eine Allokation y ist einer Allokation x vorzuziehen, wenn nach dem Übergang von x nach y alle Individuen, die danach besser gestellt worden sind, in der Lage sind alle Verlierer derart zu kompensieren, dass nach der Kompensation alle besser gestellt sind. Referenzsituation ist die Endsituation y .

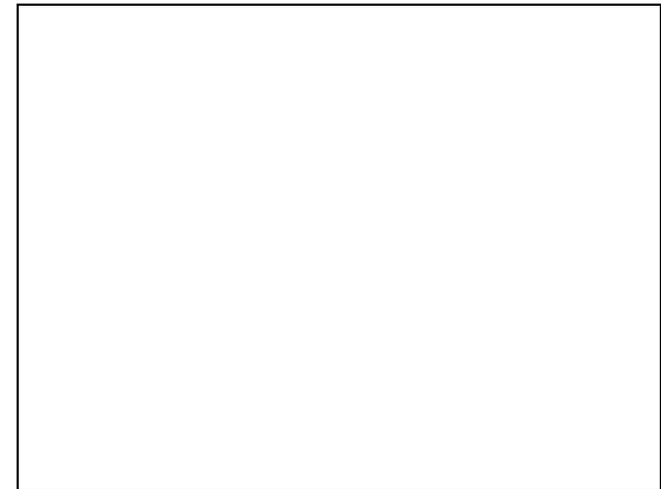
- **Hicks-Test (1939):**

Eine Allokation y ist einer Allokation x vorzuziehen, wenn vor dem Übergang von x nach y die potenziellen Verlierer nach dem Übergang von x nach y nicht in der Lage sind, die potenziellen Gewinner derart zu entschädigen, so dass alle mindestens so gut gestellt sind, wie in x . Referenzsituation ist die Ausgangssituation x .

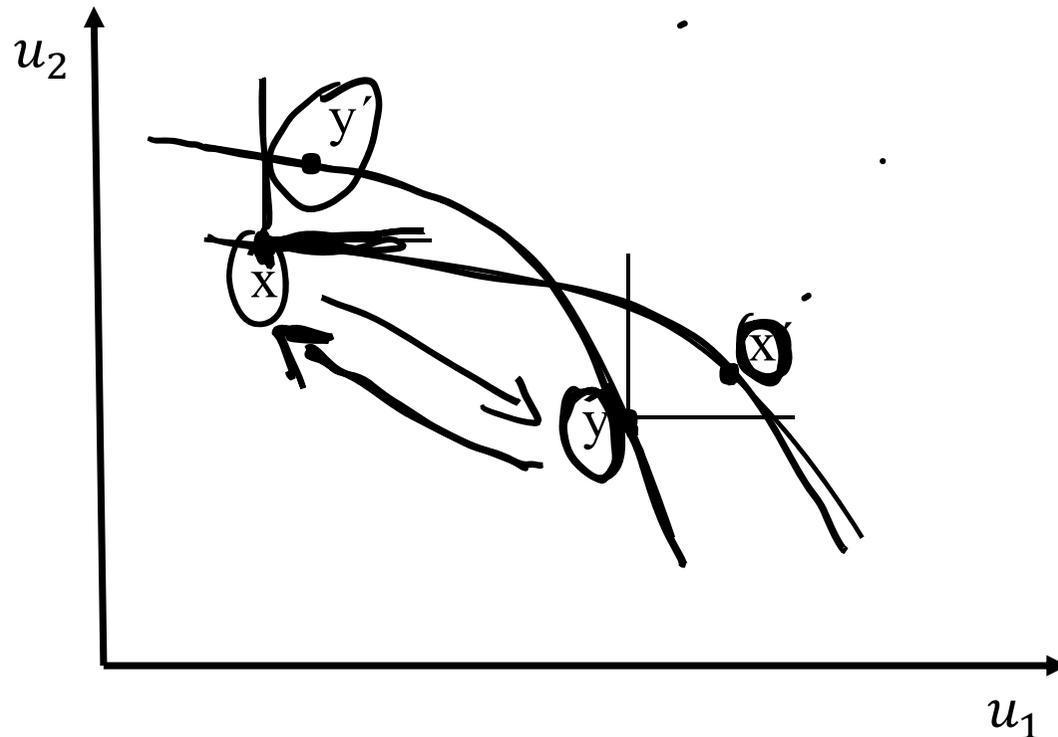
Wichtig!

Die Kriterien beinhalten nicht den Aspekt, dass der Übergang von x nach y und die Umverteilung tatsächlich durchgeführt wird, sondern nur die Möglichkeit, denn ansonsten hätte man ja eine Paretoverbesserung

Diese Kriterien bilden meistens die Grundlage in der **Kosten-Nutzen-Analyse**. Im öffentlichen Bereich wird meist eine Maßnahme als sinnvoll erachtet, wenn die Summe der Zahlungsbereitschaften die Kosten der Maßnahme übersteigen.



Kritik am Kaldor-Test und Hicks-Test



Die beiden Kurven durch x und x' sowie y und y' bezeichnet man als Nutzenmöglichkeitskurven. Sie stellen jeweils alle Möglichkeiten dar, die ausgehend von x bzw. y durch Umverteilung erreicht werden können.

- Betrachte einen Übergang von x nach y . Da y und y' auf der gleichen Nutzenmöglichkeitskurve liegen, folgt damit, dass nach dem Kaldor-Kriterium y gegenüber x vorzuziehen ist.
- Betrachtet man aber einen Übergang von y nach x , so gilt aus dem gleichen Argument, dass x' auf der gleichen Nutzenmöglichkeitskurve wie x liegt auch x nach Kaldor gegenüber y vorzuziehen.
 - Zu einem gleichen Ergebnis gelangt man, wenn man den Hicks-Test durchführt.

Arrow – Unmöglichkeitstheorem¹

Kann aus dem Paretokriterium und weiterer sinnvoller Eigenschaften eine soziale Wohlfahrtsfunktion abgeleitet werden?

V (Vollständigkeit):

W stellt alle möglichen Allokationen verknüpft über alle denkbaren Kombinationen individueller Präferenzordnungen zu Relation zueinander.
W ist transitiv bzgl. jedes Vergleichs von drei möglichen Allokationen

T (Transitivität):

P (schwaches Paretoprinzip):

Falls eine Allokation einer anderen durch ein Individuum vorgezogen wird, so sollte dies auch die Gesellschaft tun.

D (Keine Diktatur):

W sollte nicht durch ein Individuum bestimmt sein.

I (Unabhängigkeit):

W sollte die Anordnung zweier Alternativen nicht von irrelevanten sonstigen Alternativen abhängig machen

Unter VTPDI ist es nicht möglich eine soziale Wohlfahrtsfunktion W zu definieren

1) Arrow, K. J.: Social Choice and Individual Values, New York et al., 1951 (2. Aufl. 1963)

Entscheidungsregeln

In westlichen Demokratien sind wir häufig auf die 50+1 Regel bzw. Mehrheitsregeln geprägt, aber auch hier gibt es Probleme:

- 50% der abgegebenen Stimmen
- 50% gültigen Stimmen bzw. entscheidenden (also ohne Enthaltungen)
- Mehrheit der abgegebenen Stimmen
- Mehrheit der gültigen Stimmen bzw. entscheidenden (also ohne Enthaltungen)

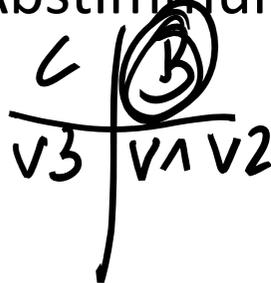
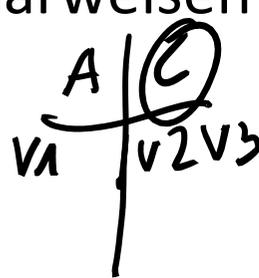
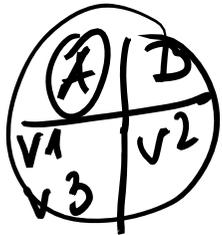
➤ Das grundsätzliche Problem des Condorcet-Paradoxons

Condorcet Paradoxon

Alternativen A, B, C

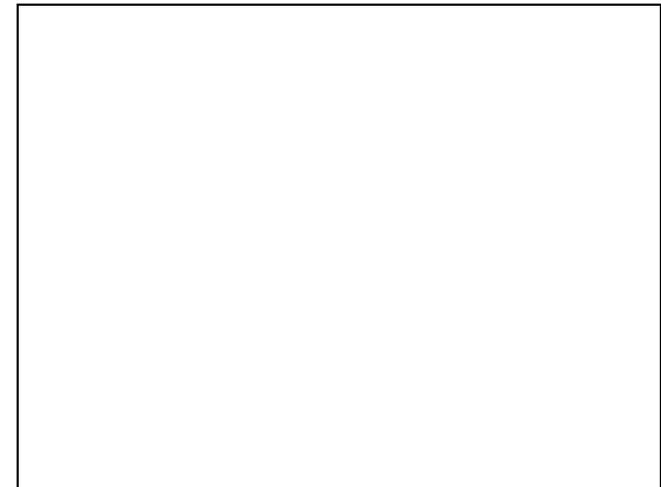
Voting Preferences					
Voter 1	(A)	>	(B)	>	(C)
Voter 2	B	>	(C)	>	(A)
Voter 3	(C)	>	(A)	>	B

Bestimmen Sie den Gewinner bei einer paarweisen Abstimmung!



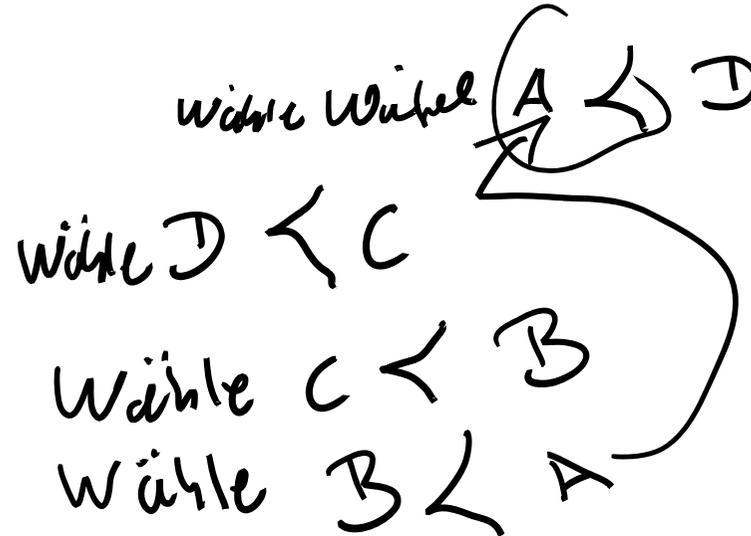
$\rightarrow C \succ A \succ B \succ C$

∴ ∴ ∴



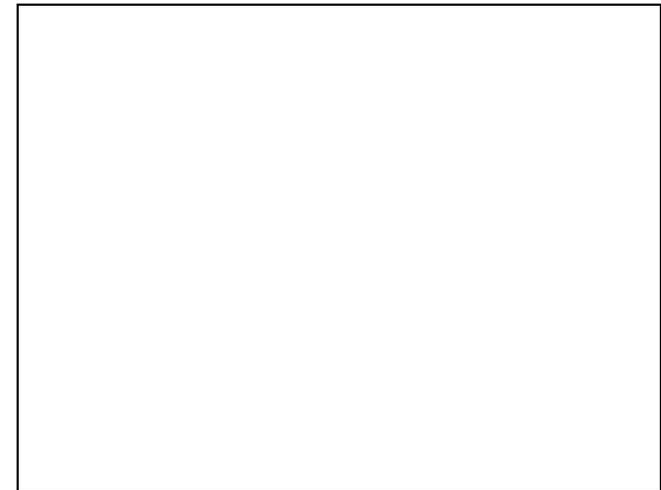
Nicht-transitive Würfel

A: 4, 4, 4, 4, 0, 0
B: 3, 3, 3, 3, 3, 3
C: 6, 6, 2, 2, 2, 2
D: 5, 5, 5, 1, 1, 1



Ist es ein Vorteil, als erster einen Würfel wählen zu können?

Zykl./Bare Reihenfolge



Entscheidungsregeln – Beispiel

Wahl des Präsidentschaftskandidaten der demokratischen Partei 2020:

6 Gruppen (A-F) mit

- unterschiedlichen Stimmgewichten und
- unterschiedlichen Präferenzen bzgl. der Reihenfolge der 5 Kandidaten

		Reihenfolge				
	Stimmen	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
A	18	Sanders	> Bloomberg	> Warren	> Buttigieg	> Biden
B	12	Biden	> Warren	> Bloomberg	> Buttigieg	> Sanders
C	10	Buttigieg	> Biden	> Warren	> Bloomberg	> Sanders
D	9	Bloomberg	> Buttigieg	> Warren	> Biden	> Sanders
E	4	Warren	> Biden	> Bloomberg	> Buttigieg	> Sanders
F	2	Warren	> Buttigieg	> Bloomberg	> Biden	> Sanders
Summe	55					

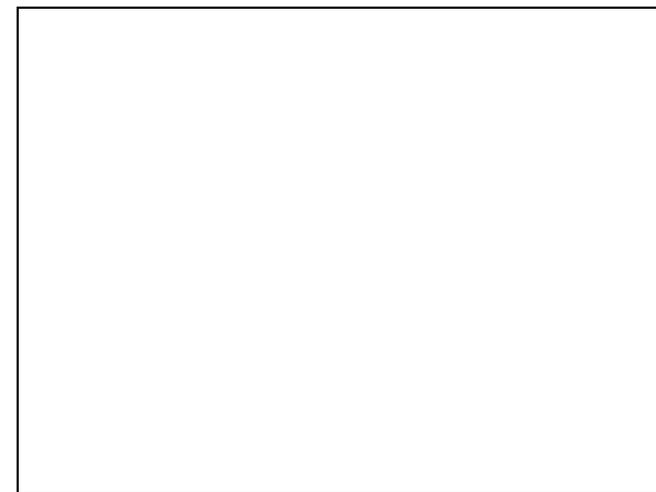
Entscheidungsregeln

Bestimmen den Sieger gemäß folgender Regeln:

1. Die meisten 1. Plätze
2. 2-stufiger Prozeß: Stichwahl zwischen den beiden Kandidaten, die am häufigsten auf den 1. Platz gesetzt werden (vgl. Bürgermeisterwahl in Deutschland!)
3. Gewichtung: 4P → 1. Platz, 3P → 2. Platz ... 0P → 5. Platz (Borda-Count)
4. Sukzessive Veto-Regel: Nacheinander scheidet der Kandidat meisten letzten Plätzen aus
5. Gegenseitige Abstimmung zwischen zwei Kandidaten (Condorcet)

Die meisten 1. Plätze= einfache Mehrheit

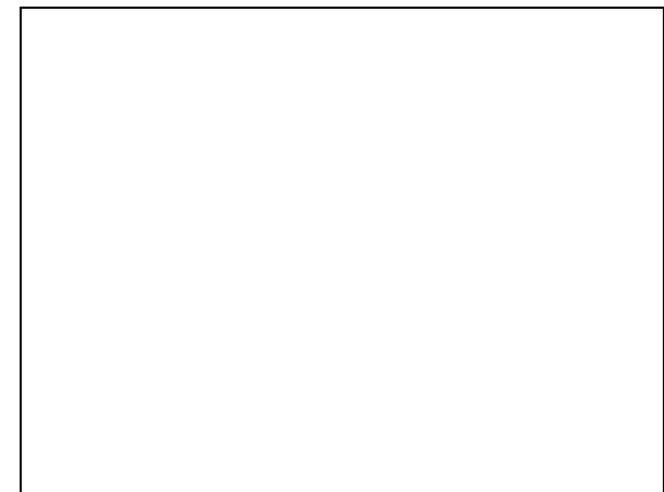
		Reihenfolge						
	Votes	1	2	3	4	5		
A	18	Sanders	Bloomberg	Warren	Buttigieg	Biden	Sanders	18
B	12	Biden	Warren	Bloomberg	Buttigieg	Sanders	Biden	9
C	10	Buttigieg	Biden	Warren	Bloomberg	Sanders	Buttigieg	6
D	9	Bloomberg	Buttigieg	Warren	Biden	Sanders	Bloomberg	10
E	4	Warren	Biden	Bloomberg	Buttigieg	Sanders	Warren	12
F	2	Warren	Buttigieg	Bloomberg	Biden	Sanders		
Sum	55							



2-stufiger Prozeß (Stichwahl)

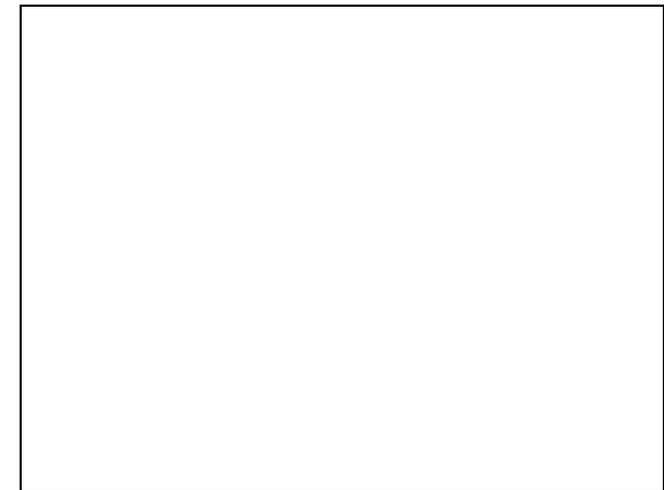
		Reihenfolge				
	Stimmen	1	2	3	4	5
A	18	Sanders	Bloomberg	Warren	Buttigieg	Biden
B	12	Biden	Warren	Bloomberg	Buttigieg	Sanders
C	10	Buttigieg	Biden	Warren	Bloomberg	Sanders
D	9	Bloombe	Buttigieg	Warren	Biden	Sanders
E	4	Warren	Biden	Bloomberg	Buttigieg	Sanders
F	2	Warren	Buttigieg	Bloomberg	Biden	Sanders
Summe	55					

	Sanders	18	Sanders	18	
	Biden	12	Biden	37	



Borda-Count

		Reihenfolge				
	Stimmen	1	2	3	4	5
A	18	Sanders ⁴	Bloomb ³	Warren ²	Buttigieg ¹	Biden
B	12	Biden	Warren	Bloomberg	Buttigieg	Sanders
C	10	Buttigieg	Biden	Warren	Bloomberg	Sanders
D	9	Bloomberg	Buttigieg	Warren	Biden	Sanders
E	4	Warren	Biden	Bloomberg	Buttigieg	Sanders
F	2	Warren	Buttigieg	Bloomberg	Biden	Sanders
Summe	55					
		Sanders	Bloomb	Warren	Buttigieg	Biden
		72	136	134	107	101



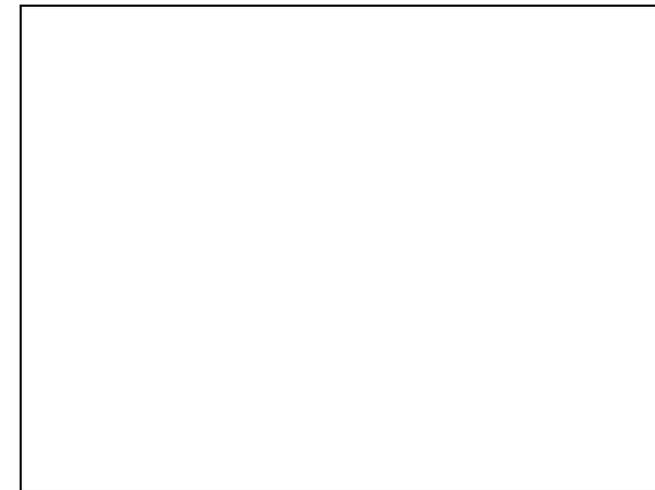
Veto-Regel

		Reihenfolge									
	Stimmen	1	2	3	4	5	1R	2R	3R	4R	
A	18	Sanders	Bloomb	Warrer	Buttigie	Biden	Warren	Sanders	Biden	Buttigie	Bloomberg
B	12	Biden	Warren	Blooml	Brown	Sanders					
C	10	Buttigieg	Biden	Warrer	Bloomb	Sanders					
D	9	Bloombe	Buttigie	Warrer	Biden	Sanders					
E	4	Warren	Biden	Blooml	Buttigie	Sanders					
F	2	Warren	Buttigie	Blooml	Biden	Sanders					
Summe	55										

2 Runde		Reihenfolge				
	Stimmen	1	2	3	4	5
A	18	0	Bloomb	Warrer	Buttigie	Biden
B	12	Biden	Warren	Blooml	Buttigie	0
C	10	Buttigieg	Biden	Warrer	Bloomb	0
D	9	Bloombe	Buttigie	Warrer	Biden	0
E	4	Warren	Biden	Blooml	Buttigie	0
F	2	Warren	Buttigie	Blooml	Biden	0
Summe	55					

3 Runde		Reihenfolge				
	Stimmen	1	2	3	4	5
A	18	0	Bloomb	Warrer	Buttigie	0
B	12	0	Warren	Blooml	Buttigie	0
C	10	Buttigieg	0	Warrer	Bloomb	0
D	9	Bloombe	Buttigie	Warrer	0	0
E	4	Warren	0	Blooml	Buttigie	0
F	2	Warren	Buttigie	Blooml	0	0
Summe	55					

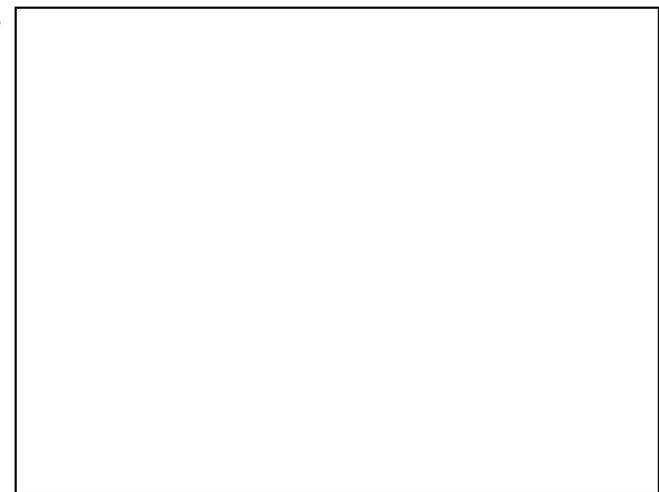
4 Runde		Reihenfolge				
	Stimmen	1	2	3	4	5
A	18	0	Bloomb	Warrer	0	0
B	12	0	Warren	Blooml	0	0
C	10	0	0	Warrer	Bloomb	0
D	9	Bloombe	0	Warrer	0	0
E	4	Warren	0	Blooml	0	0
F	2	Warren	0	Blooml	0	0
Summe	55					



Gewichtete Stimmen

In vielen Abstimmungsmechanismen werden die Abstimmungsberechtigten unterschiedlich behandelt (Bsp.):

- Geschworenengericht: Falls ein Mitglied auf “nicht schuldig” plädiert, ist das Urteil “nicht schuldig”
- Aktionärsversammlung: Hält man ein großes Aktienpaket, hat man auf der JHV ein stärkeres Gewicht als andere.
- EU:
 - Größere Länder haben bei einigen Abstimmungen mehr Gewicht,
 - allerdings sind in großen Ländern die Pro-Kopf-Gewichte niedriger als in kleinen Ländern.
 - Zudem gilt immer noch bei vielen Abstimmungen der Luxemburger Kompromiss
→ Vetorecht eines Mitgliedslandes

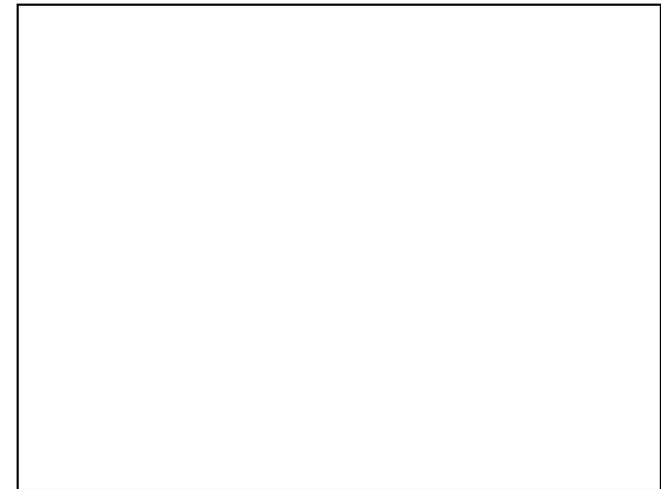


Gewichtete Stimmen

- Jede Stimmberechtigte hat eine feste Anzahl von Stimmen, die das **Stimmgewicht** definieren (vgl. US-Kandidatenwahl oder Electoral College USA)
- Der Einfachheit werden nur **ja/nein**- Entscheidungen betrachtet
- Es gibt ein Kriterium, das bestimmt, ob ja oder nein gewinnt → **Quote/Quorum**

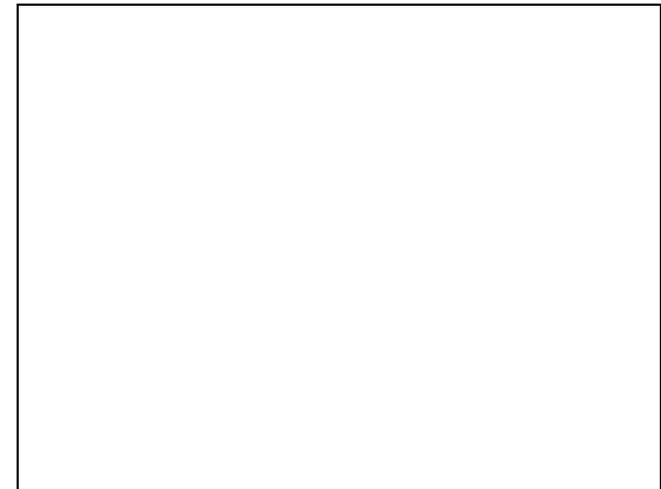
Schreibweise:

- $[q; a, b, c, \dots]$
 - q : Quorum
 - a, b, c, \dots Gewichte
- Beispiel: $[22; 10, 6, 5, 2]$ → vier Gruppen mit den Stimmgewichten 10, 6, 5, 2 und 22 Stimmen sind für eine Entscheidung notwendig.



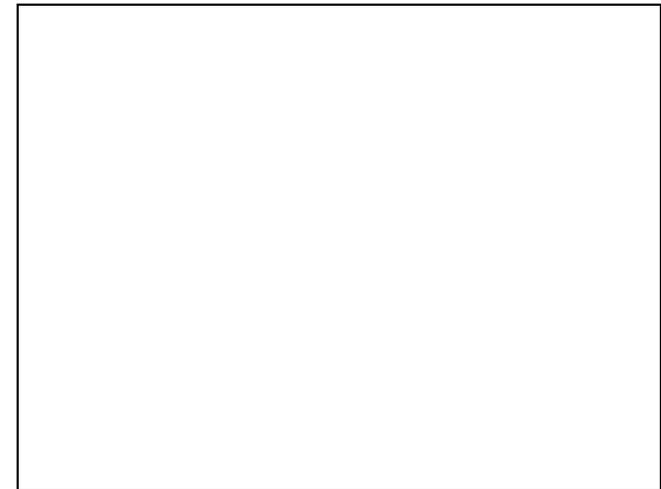
Gewichtete Stimmen: Diktator

- Ein Diktator vereinigt alle Entscheidungsgewalt auf sich. Nur wenn er zustimmt, kann eine Alternative gewinnen
→ gegen den Diktator kann keine Entscheidung getroffen werden
- [51; 60, 25, 15]
 - Der Spieler mit dem Gewicht 60 hat diktatorische Macht
- [20; 15, 10, 5]
 - Kein Spieler ist Diktator



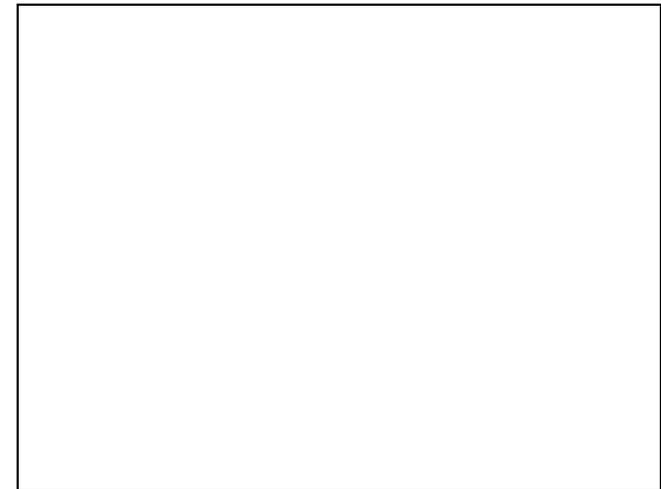
Gewichtete Stimmen: Dummy

- Ein Dummy ist eine Spielerin, deren Abstimmung keine Auswirkung auf die Entscheidung hat
→ werden Koalitionen gebildet, so kann ein Dummy von jeder Koalition entfernt werden, ohne, dass sich die Entscheidung ändert.
- [51; 26, 26, 26, 22]
 - Die Spielerin mit dem Gewicht 22 ist irrelevant.



Gewichtete Stimmen : Veto

- Ein Spieler, dessen Stimme immer benötigt wird, um eine Entscheidung zu treffen hat ein Vetorecht
- [21; 20, 15, 5]
 - Der Spieler mit dem Gewicht 20 hat ein Vetorecht
- Jury: [12; 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]
 - Da alle Mitglieder für einen Beschluss gebraucht werden, hat jeder ein Vetorecht



Koalitionen

- Koalition: Jede Menge von Spielern
- Gewicht der Koalition: Summe der Einzelgewichte der Mitglieder der Koalition
- Gewinnkoalition: Eine Koalition, die mindestens über ein Gewicht des Quorums q verfügt
- Verlustkoalition: Eine Koalition, die über ein Gewicht weniger als das Quorum q verfügt

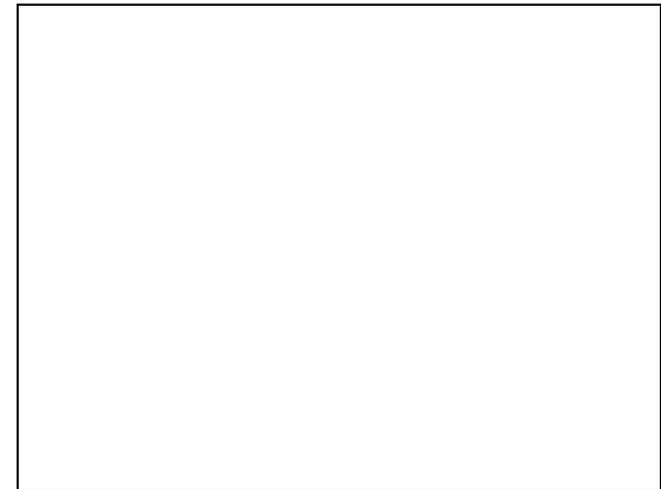
Koalitionen

Beispiel: [87; 58, 31, 31, 28, 21, 2, 2]:

→ {P2, P3, P5} Gewinn/Verlust?

→ {P1, P4, P5, P6} Gewinn/Verlust?

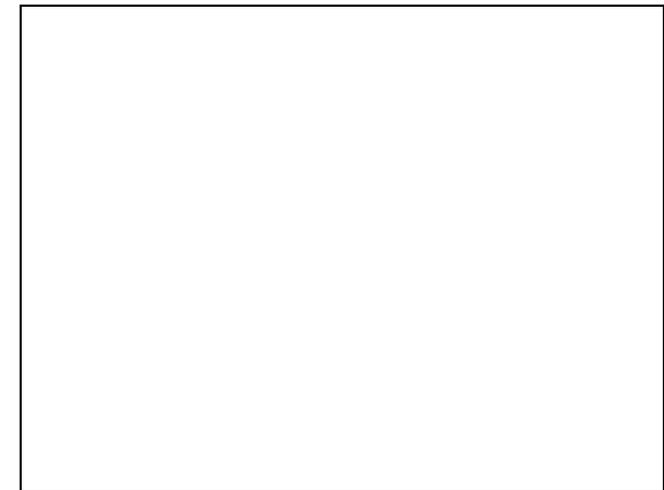
Wie viele mögliche Koalitionen gibt es?



Koalitionstableau

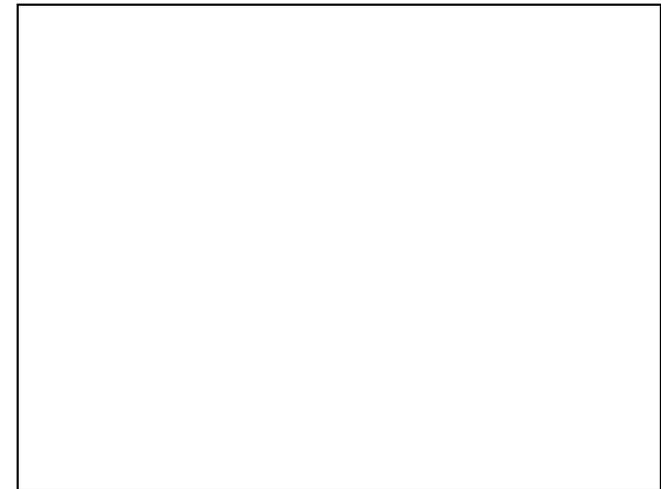
Beispiel [12;8, 5, 5, 4].

	Summe	22	8	5	5	4	Quorum	12
Nr.	K	Anzahl	p1	p2	p3	p4	Gewicht	G/V
1		0	0	0	0	0	0	0
2	p1	1	1	0	0	0	8	0
3	p2	1	0	1	0	0	5	0
4	p3	1	0	0	1	0	5	0
5	p4	1	0	0	0	1	4	0
6	p1p2	2	1	1	0	0	13	1
7	p1p3	2	1	0	1	0	13	1
8	p1p4	2	1	0	0	1	12	1
9	p2p3	2	0	1	1	0	10	0
10	p2p4	2	0	1	0	1	9	0
11	p3p4	2	0	0	1	1	9	0
12	p1p2p3	3	1	1	1	0	18	1
13	p1p2p4	3	1	1	0	1	17	1
14	p1p3p4	3	1	0	1	1	17	1
15	p2p3p4	3	0	1	1	1	14	1
16	1p2p3p	4	1	1	1	1	22	1



Äquivalenz von Stimmgewichten

- Zwei Stimmgewichtungen sind dann äquivalent, wenn jeweils die gleichen Koalitionen gewinnen
- Beispiel: Vergleichen Sie beide Systeme
- $[13; 10, 5, 5, 4]$ and $[60; 44, 22, 11]$:



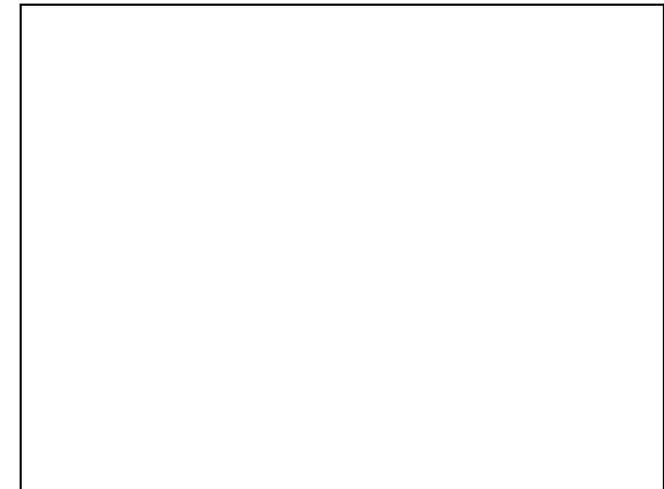
Beispiel

[13;10, 5, 5, 4]

[69; 60, 44, 22, 11]

Summe	24	10	5	5	4	Quorum	13
K	Anzahl	p1	p2	p3	p4	Gewicht	G/V
	0	0	0	0	0	0	0
p1	1	1	0	0	0	10	0
p2	1	0	1	0	0	5	0
p3	1	0	0	1	0	5	0
p4	1	0	0	0	1	4	0
p1p2	2	1	1	0	0	15	1
p1p3	2	1	0	1	0	15	1
p1p4	2	1	0	0	1	14	1
p2p3	2	0	1	1	0	10	0
p2p4	2	0	1	0	1	9	0
p3p4	2	0	0	1	1	9	0
p1p2p3	3	1	1	1	0	20	1
p1p2p4	3	1	1	0	1	19	1
p1p3p4	3	1	0	1	1	19	1
p2p3p4	3	0	1	1	1	14	1
1p2p3p4	4	1	1	1	1	24	1

Summe	137	60	44	22	11	Quorum	69
K	Anzahl	p1	p2	p3	p4	Gewicht	G/V
	0	0	0	0	0	0	0
p1	1	1	0	0	0	60	0
p2	1	0	1	0	0	44	0
p3	1	0	0	1	0	22	0
p4	1	0	0	0	1	11	0
p1p2	2	1	1	0	0	104	1
p1p3	2	1	0	1	0	82	1
p1p4	2	1	0	0	1	71	1
p2p3	2	0	1	1	0	66	0
p2p4	2	0	1	0	1	55	0
p3p4	2	0	0	1	1	33	0
p1p2p3	3	1	1	1	0	126	1
p1p2p4	3	1	1	0	1	115	1
p1p3p4	3	1	0	1	1	93	1
p2p3p4	3	0	1	1	1	77	1
1p2p3p4	4	1	1	1	1	137	1

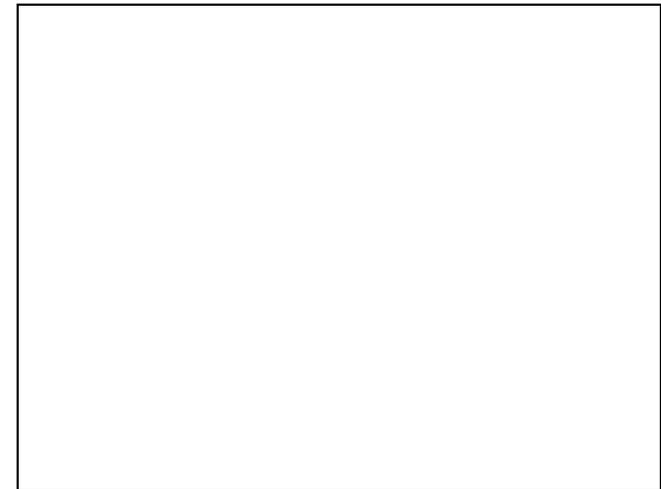


Kritische Spielerin/Kritischer Wert

- Wie lässt sich die Macht eines Spielers in einem Abstimmungssystem messen?
- Idee: Wie oft ist ein Spieler in einem Abstimmungssystem entscheidend?
- Bestimme für jede Spielerin
 - alle Gewinnkoalitionen unter Ihrer Beteiligung
 - und ob sie für die jeweilige Gewinnkoalition ausschlaggebend ist

→ eine Spielerin, die in einer Gewinnkoalition ausschlaggebend ist wird **kritische Spielerin** genannt

Kritischer Wert = Häufigkeit kritische Spielerin zu sein



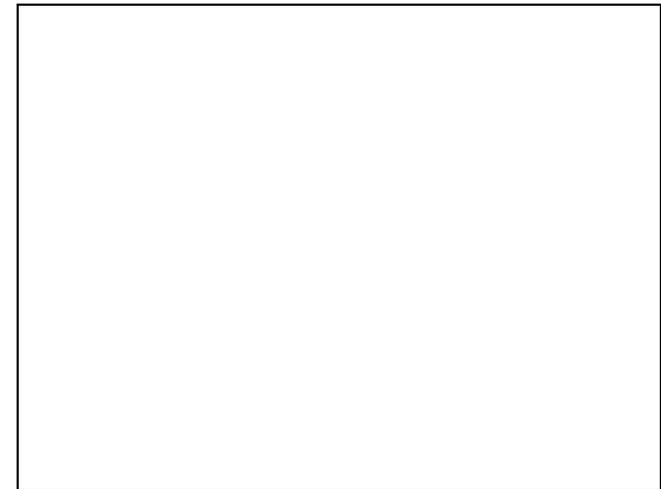
Kritische Spieler

[14; 11, 7, 5, 4]

Gewinnkoalitionen sind z.B.:

$\{P1, P2\}$, $\{P1, P3\}$, $\{P1, P2, P3\}$

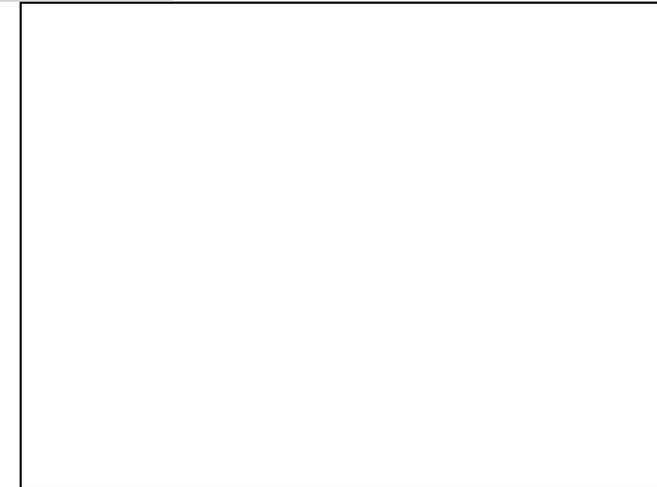
- In $\{P1, P2\}$ ist die Teilnahme von P2 notwendig
- In $\{P1, P2, P3\}$ ist die Teilnahme von P2 nicht notwendig
- P2 ist kritisch für $\{P1, P2\}$, aber nicht kritisch für $\{P1, P2, P3\}$



Beispiel [27;9,8,6,4]

Bestimme die kritischer Werte aller Spieler und setze Sie in Relation zur Summe der kritischen Werte

Summe	27	9	8	6	4	Quorum	14	9	8	6	4
Nummer	Anzahl	p1	p2	p3	p4	Gewicht	G/V	p1	p2	p3	p4
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	1	0	0	0	0	9	0	0	0	0
3	1	0	1	0	0	0	8	0	0	0	0
4	1	0	0	1	0	0	6	0	0	0	0
5	1	0	0	0	1	0	4	0	0	0	0
6	2	1	1	0	0	0	17	1	1	1	0
7	2	1	0	1	0	0	15	1	1	0	1
8	2	1	0	0	1	0	13	0	0	0	0
9	2	0	1	1	0	0	14	1	0	1	1
10	2	0	1	0	1	0	12	0	0	0	0
11	2	0	0	1	1	0	10	0	0	0	0
12	3	1	1	1	0	0	23	1	0	0	0
13	3	1	1	0	1	0	21	1	1	1	0
14	3	1	0	1	1	0	19	1	1	0	1
15	3	0	1	1	1	0	18	1	0	1	1
16	4	1	1	1	1	0	27	1	0	0	0
									4	4	4
								0,33333333	0,33333333	0,33333333	0



John Banzhaf (1965): "Weighted Voting Doesn't Work"

"In almost all cases weighted voting does not do the one thing which both its supporters and opponents assume that it does . . . voting power is not proportional to the number of votes a legislator may cast."

"The purpose of this paper is neither to attack nor defend weighted voting per se. As with any objective mathematical analysis, its intent is only to explain the effects which necessarily follow once the mathematical model and the rules of its operation are established."

Banzhaf Power Index

Betrachte eine System mit N Spielern:

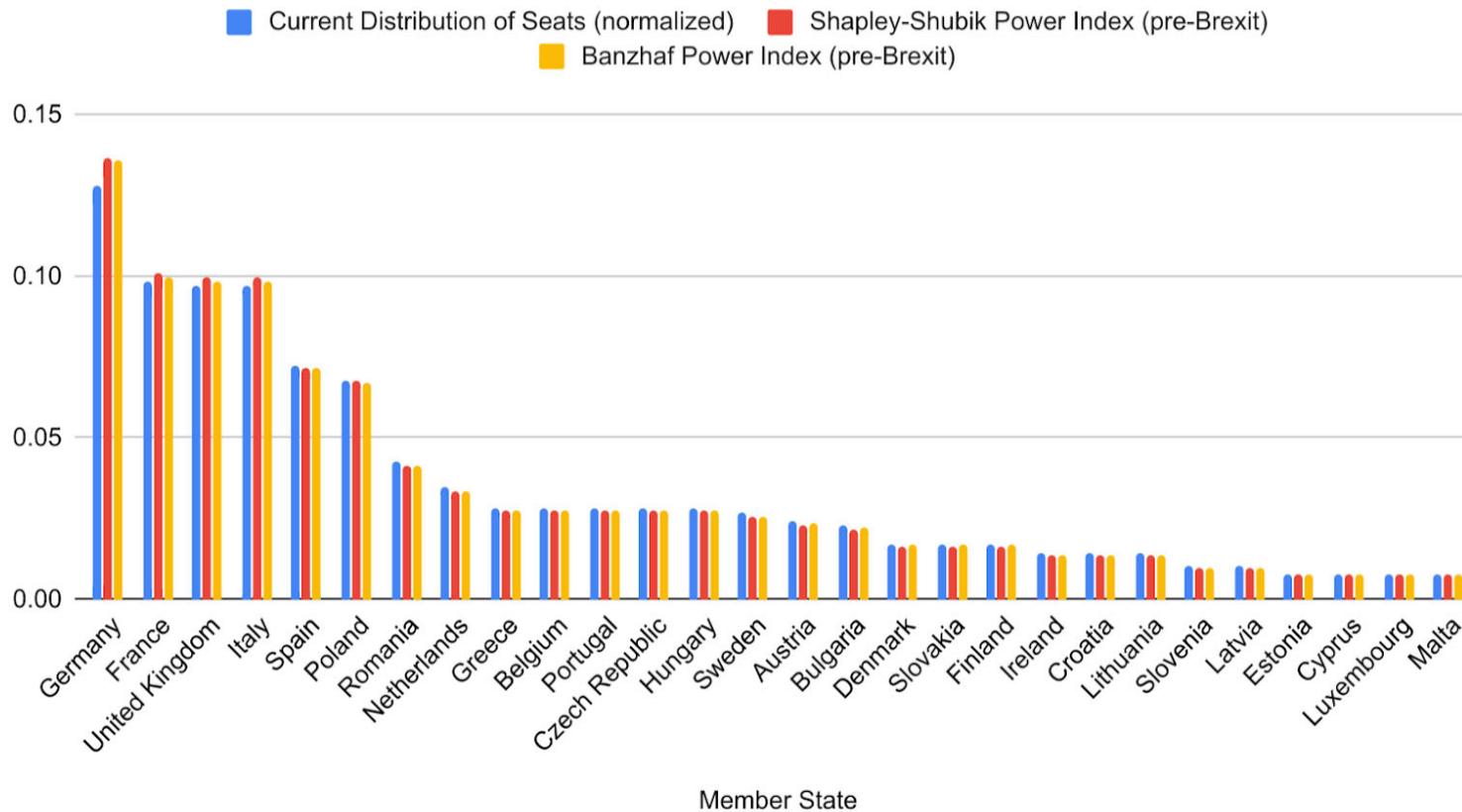
1. Finde alle Gewinnkoalitionen.
2. Bestimme für jede Gewinnkoalition die kritischen Spieler.
3. Bestimme für alle Spieler den kritischen Wert B_i .
4. Banzhaf power index: $\beta_i = B_i / (B_1 + B_2 + B_3 + \dots + B_N)$ für Spieler i

- Die Banzhaf power Verteilung ist die Liste

$$(\beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_N)$$

Machtverteilung in der EU

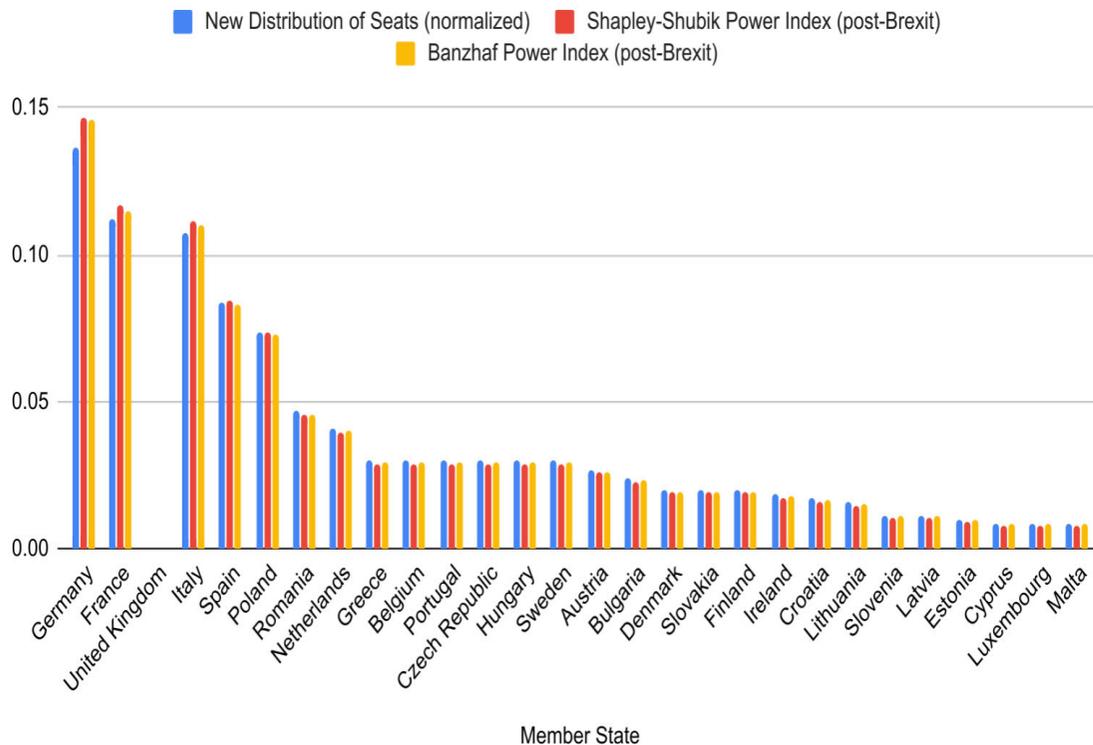
Seats in EP vs Voting Power (pre-Brexit)



Quelle: Milushev, Rangel (2019) **Power distribution in the EU before and after Brexit**,
<https://blog.usejournal.com/power-distribution-in-the-eu-before-and-after-brexit-f485aa781419>

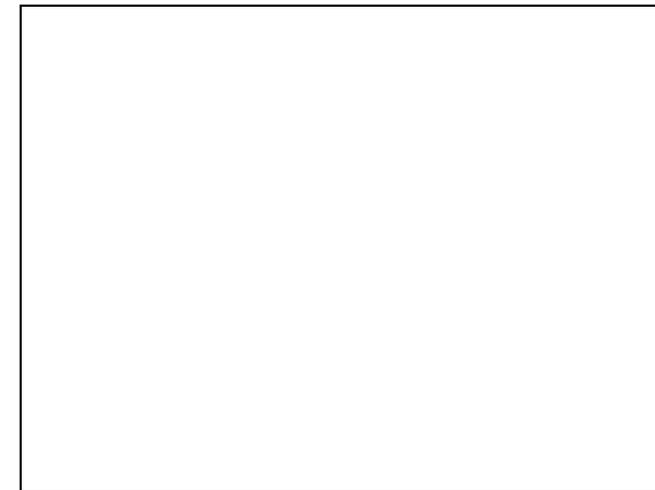
Machtverteilung in der EU

Seats in EP vs Voting Power (post-Brexit)



After Brexit happens the power dynamic will become **more concentrated** in the hands of the top four countries: **Germany, France, Italy, and Spain**. Between the four of them lies almost half of the voting power of the Union. If those four countries were to agree on a specific piece of legislation the legislation is quite likely to pass. While **the UK is in the union**, the top four control **about 43%** of the total power, but as **they leave** this number is about to **go up to about 48%**. The UK provides a good power balance to the other four big players that are about to disappear.

Quelle: Milushev, Rangel (2019) **Power distribution in the EU before and after Brexit**, <https://blog.usejournal.com/power-distribution-in-the-eu-before-and-after-brexit-f485aa781419>



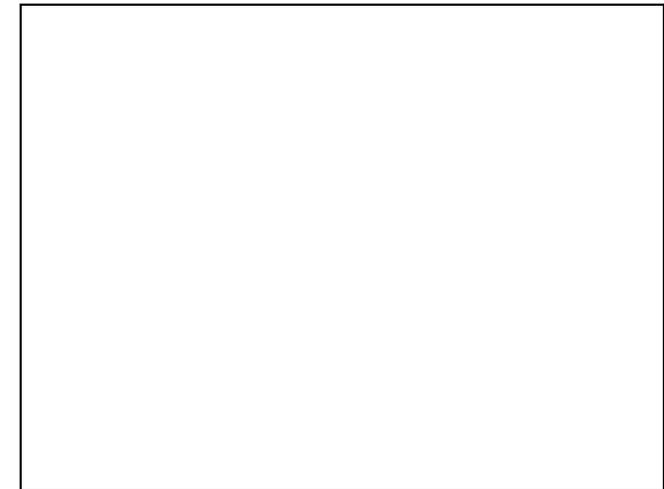
UK		House of Commons			
		popular Vote	Seats	Seats-%	
Seats-Total	2019	Tories	43,6%	365	56,2%
650		Labour	32,3%	203	31,2%
		SNP	3,9%	48	7,4%
		Liberal	12,0%	11	1,7%
Seats-Total	2017	Tories	43,2%	317	48,8%
650		Labour	40,0%	262	40,3%
		SNP	3,0%	35	5,4%
		Liberal	7,4%	12	1,8%
Seats-Total	2015	Tories	36,8%	330	50,8%
650		Labour	30,4%	232	35,7%
		SNP	4,7%	59	9,1%
		Liberal	7,8%	8	1,2%
Seats-Total	2010	Tories	36,1%	306	47,1%
650		Labour	29,0%	258	39,7%
		SNP	1,7%	6	0,9%
		Liberal	23,0%	57	8,8%
Seats-Total	2005	Tories	32,4%	198	30,7%
646		Labour	35,2%	356	55,1%
		SNP	1,6%	6	0,9%
		Liberal	22,1%	62	9,6%
Seats-Total	2001	Tories	31,7%	166	25,2%
659		Labour	40,7%	412	62,5%
		SNP	1,8%	5	0,8%
		Liberal	18,3%	52	7,9%

UK-Unterhauswahlen



US-Präsidentschaftswahl

USA					
		popular Vote		Electoral Vote	
2020	Biden	78662927	51,0%	306	56,9%
	Trump	72936633	47,3%	232	43,1%
	Other	2621401	1,7%		
2016	Trump	62979636	46,0%	304	57,3%
	Clinton	65844610	48,1%	227	42,7%
	Other	8076574	5,9%		
2012	Romney	60589084	47,1%	206	38,3%
	Obama	65446032	50,9%	332	61,7%
	Other	2571553	2,0%		
2008	McCain	59934000	45,7%	173	32,2%
	Obama	69456000	52,9%	365	67,8%
	Other	1838155	1,4%		
2004	GW Bush	62028285	50,7%	286	53,3%
	Kerry	59028109	48,3%	251	46,7%
	Other	1222114	1,0%		
2004	GW Bush	50456002	47,9%	271	50,5%
	Gore	50999897	48,4%	266	49,5%
	Other	3898752	3,7%		



Bundestagswahl 2021

	Erststimmen	Anteil [%]	Zweitstimmen	Anteil [%]	Differenz [%-Punkte]	Sitze	Überhang/ Ausgleichsmandate	Mandatsanteil
Wahlberechtigte	61181072		61181072			736	138	
Wählende	46854508	76,6	46854508	76,6				
Ungültige	492495	1,1	412485	0,9				
Gültige	46362013	98,9	46442023	99,1				
CDU	10451524	22,5	8775471	18,9	3,6	152	30	20,7
SPD	12234690	26,4	11955434	25,7	0,7	206	36	28,0
AfD	4695611	10,1	4803902	10,3	-0,2	83	14	11,3
FDP	4042951	8,7	5319952	11,5	-2,8	92	16	12,5
DIE LINKE	2307536	5,0	2270906	4,9	0,1	39	7	5,3
GRÜNE	6469081	14,0	6852206	14,8	-0,8	118	24	16,0
CSU	2788048	6,0	2402827	5,2	0,8	45	11	6,1
Rest	3372572	7,3	4061325	8,7	-1,4	1	0	0,1

50%-Vorsatz

18,9
25,7
10,3
11,5
4,9
14,8
5,2

20,7
28,0
11,3
12,5
5,3
16,0
6,1

<https://www.bundeswahlleiter.de/bundestagswahlen/2021/ergebnisse/bund-99.html#sitze2>

