

Grundproblem der Ökonomie

- Haushalte unterliegen im Allgemeinen dem Grundproblem der Ökonomie: Prinzipiell unbegrenzte Bedürfnisse sind mit begrenzten Ressourcen zu befriedigen
- Die Summe aller konsumierten Güter aller Haushalte können die verfügbaren Mengen nicht überschreiten.
- Betrachte eine Ökonomie mit Haushalte (A,B) und 2 Gütern (x, y) mit den Konsummengen (x_A, y_A) und (x_B, y_B) und den Anfangsausstattungen (\bar{x}_A, \bar{y}_A) und (\bar{x}_B, \bar{y}_B)

$$x_A + x_B \leq \bar{x} \text{ und } y_A + y_B \leq \bar{y}$$
$$\bar{x}_A + \bar{x}_B = \bar{x} \text{ und } \bar{y}_A + \bar{y}_B = \bar{y}$$

Präferenzen $u(x, y)$:

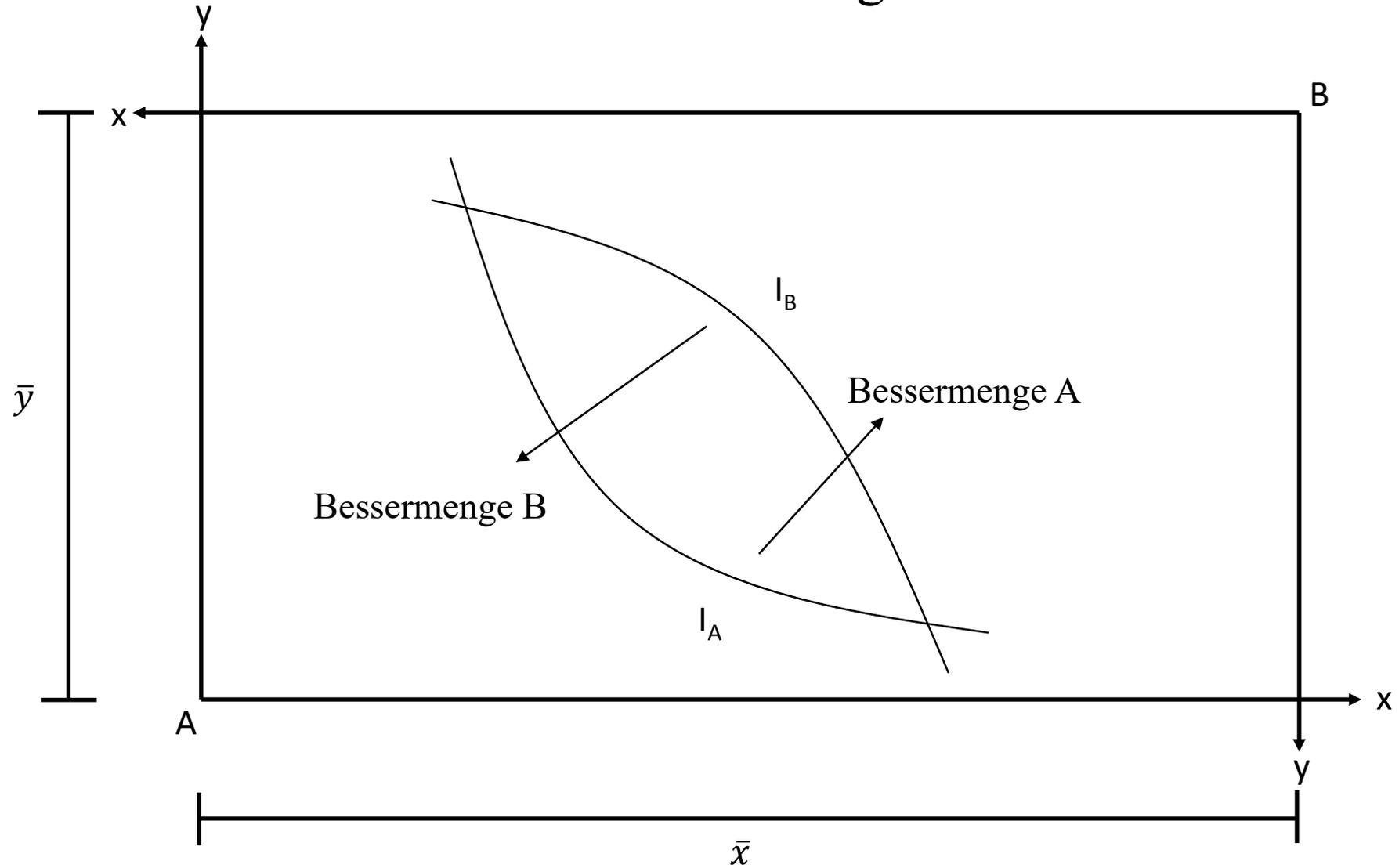
- Monoton („mehr ist immer besser“)
- Konvex („Mischungen sind besser als Extreme“)
- Abnehmender Grenznutzen („Zuwachs auf hohem Niveau bringt nicht mehr soviel“)

Pareto-Effizienz

Um verschiedene Aufteilungen/Allokationen der Güter (x, y) zwischen den Konsumenten (A, B) zu vergleichen verwendet man das Kriterium der Pareto-Effizienz.

- Eine Allokation wird als **pareto-effizient** bezeichnet, wenn es nicht möglich ist, durch Umverteilung der Güter einen Konsumenten besser zu stellen, ohne einen anderen Konsumenten dadurch schlechter zu stellen.
- Eine **Pareto-Verbesserung** liegt vor, wenn beim Übergang von einer Allokation zu einer anderen Allokation mindestens ein Konsument besser gestellt wird, ohne dass ein anderer Konsument dadurch schlechter gestellt wird.

Tauschökonomie – Edgeworthbox



Innerhalb der Linse können sich beide Konsumenten A und B durch Tausch gegenüber ihren Indifferenzkurven I_A und I_B besser stellen.

Formale Charakterisierung einer pareto-effizienten Allokation

Gemäß seiner Nutzenfunktion maximiert Haushalt A seinen Nutzen gegeben den Nutzen von Haushalt B:

$$\max_{x_A, y_A, x_B, y_B} u_A(x_A, y_A) \quad \text{NB: } u_B(x_B, y_B) = \bar{u}$$

Aus den Bedingungen 1. Ordnung folgt:

$$GRS_A = GRS_B$$

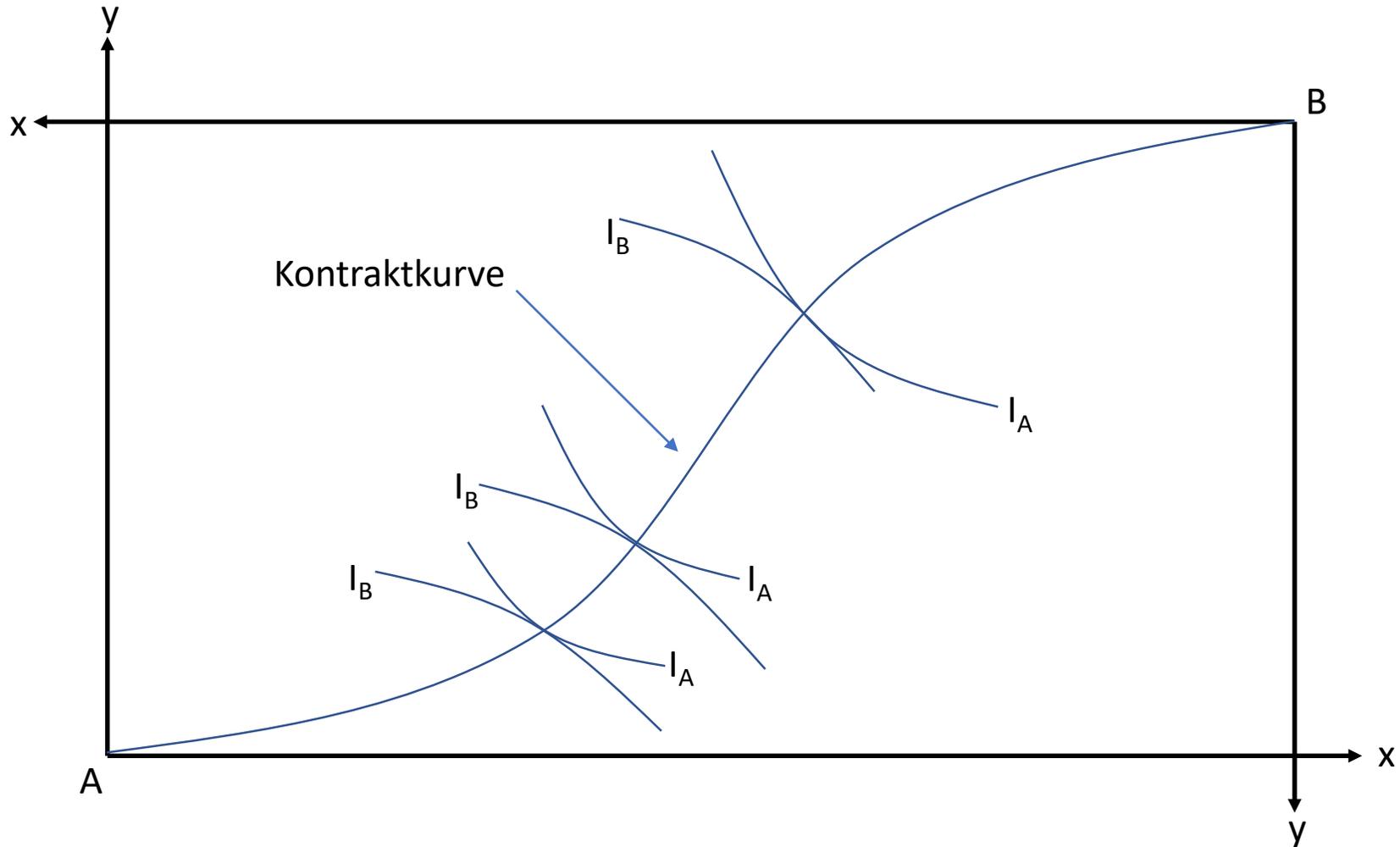
mit der Grenzrate der Substitution (GRS), der Steigung der Indifferenzkurve

$$GRS(x, y) = \frac{dy}{dx} = -\frac{\frac{\partial u}{\partial x}}{\frac{\partial u}{\partial y}} = -\frac{\text{Grenznutzen des Gutes 1}}{\text{Grenznutzen des Gutes 2}}$$

In diesem fall berühren sich die beiden Indifferenzkurven in der Edgeworthbox und keinem der Haushalte ist es möglich sich besser zu stellen, ohne dass der andere Haushalt schlechter gestellt wird

→ **Pareto-effiziente Allokation**

Pareto-Effizienz und Kontraktkurve



Die **Kontraktkurve** beschreibt alle pareto-effizienten Allokationen der Güter (x, y) für zwei Konsumenten (A, B) bei gegebener Ressourcenbeschränkung und Präferenzen u_A und u_B

Wettbewerbsgleichgewicht

- Die Konsumenten (A,B) maximieren bei gegebenen Preisen (p_x, p_y) und gegebenen Anfangsausstattungen jeweils ihren Nutzen.
 - $p_x \bar{x}_A + p_y \bar{y}_A$ und $p_x \bar{x}_B + p_y \bar{y}_B$ kann dabei jeweils als das Budget der Konsumenten (A,B) interpretiert werden.
- Daraus ergeben sich die Tauschkurven aus den Nachfragenfunktionen

$$x_A(p_x, p_y) \quad x_B(p_x, p_y) \quad y_A(p_x, p_y) \quad y_B(p_x, p_y)$$

- Unter vollkommener Konkurrenz werden sich die Preise solange ändern, bis Angebot und Nachfrage übereinstimmen.

Wettbewerbsgleichgewicht und Wohlfahrtstheorie

Im Gleichgewicht („Angebot=Nachfrage“) mit den Preisen (p_x^*, p_y^*) gilt dann

$$x_A(p_x^*, p_y^*) + x_B(p_x^*, p_y^*) = \bar{x} \quad \text{und} \quad y_A(p_x^*, p_y^*) + y_B(p_x^*, p_y^*) = \bar{y}$$

➤ Aus der allgemeinen Optimalitätsbedingung der Nutzenmaximierung

$$GRS = -\frac{p_x}{p_y} \quad (\text{Steigung der Indifferenzkurve} = \text{Steigung der Budgetgeraden})$$

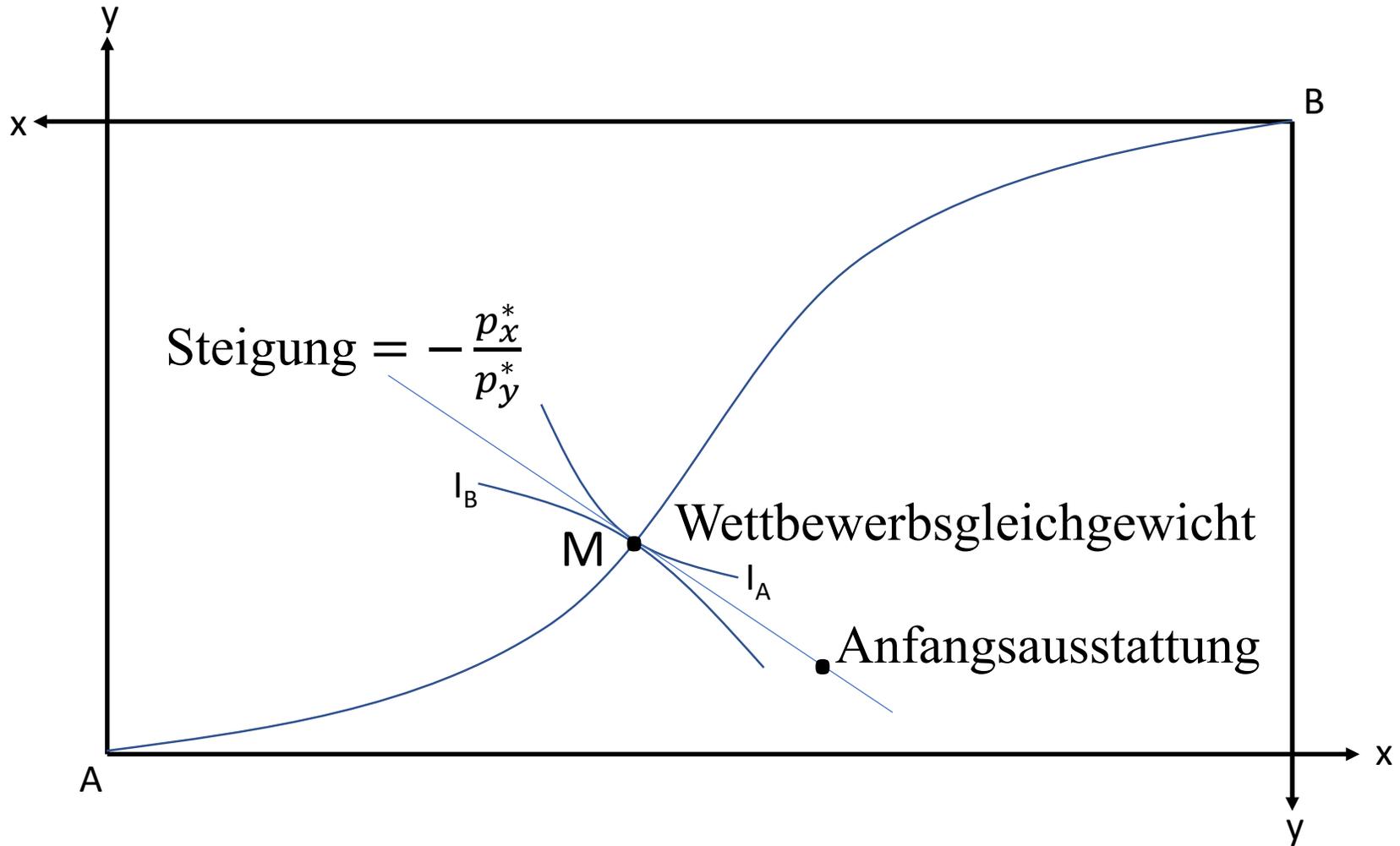
Folgt

$$GRS_A = -\frac{p_x^*}{p_y^*} = GRS_B$$

1. Hauptsatz der Wohlfahrtstheorie

Jedes Wettbewerbsgleichgewicht ist pareto-effizient

Wettbewerbsgleichgewicht



2. Hauptsatz der Wohlfahrtstheorie

- **Achtung:** Der Punkt M ist nur ein mögliches pareto-effizientes Wettbewerbsgleichgewicht, welches ausgehend von den Anfangsausstattungen erreicht wird.
 - Es stellt sich die Frage, ob auch andere pareto-effiziente Wettbewerbsgleichgewichte auf der Kontraktkurve erreicht werden können?
 - Allgemein folgt:

2. Hauptsatz der Wohlfahrtstheorie

Jede pareto-effiziente Allokation kann durch eine bestimmte Wahl der Anfangsausstattungen erreicht werden, unter der Voraussetzung, dass alle Konsumenten konvexe Präferenzen haben.

Interpretation der Hauptsätze der Wohlfahrtstheorie

- Unter vollkommener Konkurrenz wird ein pareto-effizientes Ergebnis erreicht (1. Hauptsatz).
- Der Staat muss nur eingreifen, wenn die Annahmen der vollkommenen Konkurrenz verletzt sind, also Marktversagen vorliegt.
- **Aber**: Auch in einer pareto-effizienten Allokation kann die Verteilung der Markteinkommen extrem ungleich sein.
- Aus dem 2. Hauptsatz folgt, dass jede beliebige pareto-effiziente Allokation durch eine Pauschalsteuer und Subventionen erreicht werden kann.
- **Aber**: Aus den beiden Hauptsätzen kann keine Regel abgeleitet werden, welche Allokation angestrebt werden sollte!

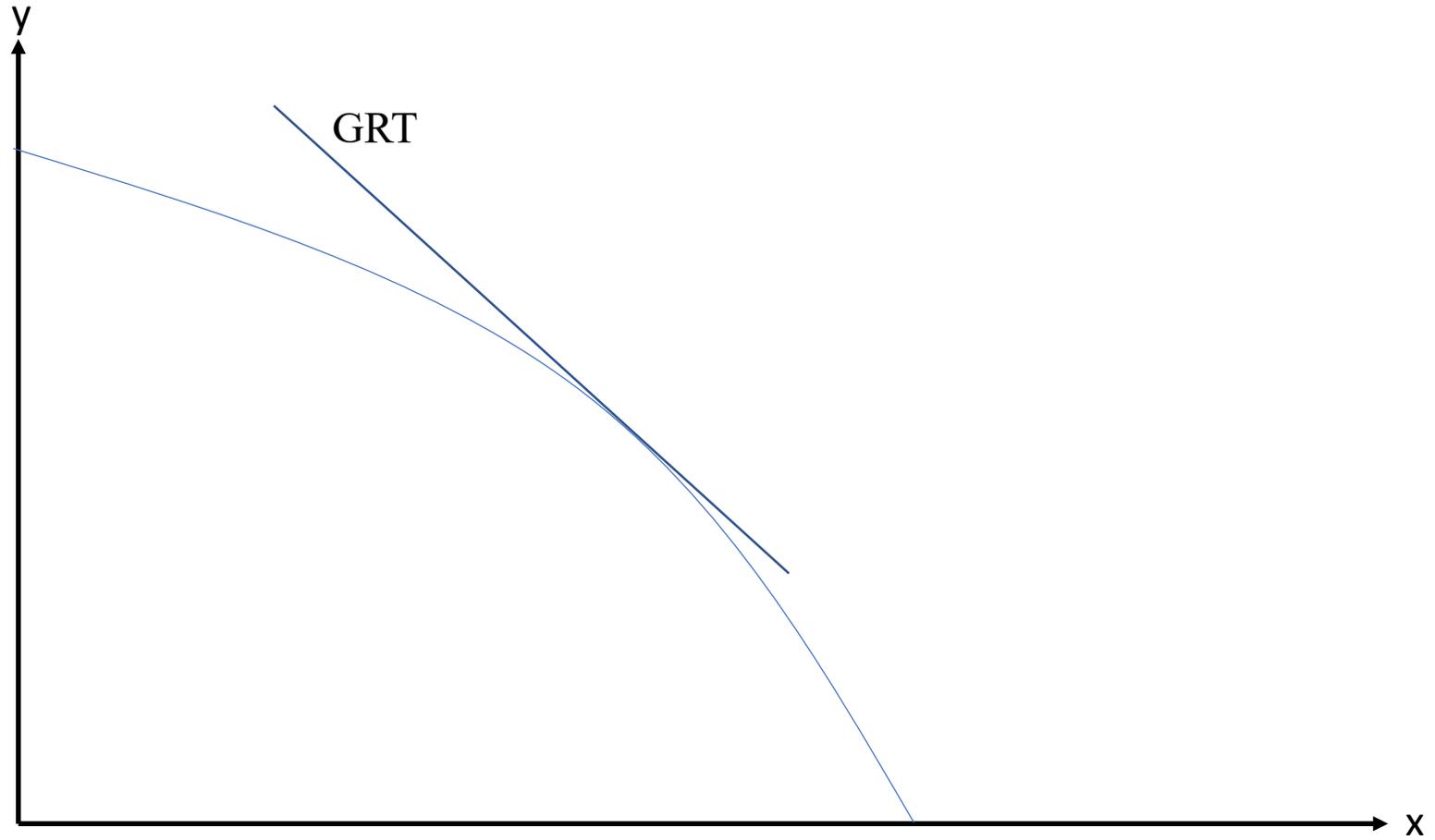
Produktion

- Die Steigung der Transformationskurve wird als Grenzrate der Transformation (GRT) bezeichnet:
- GRT gibt an: Wieviel x kann mehr produziert werden, wenn eine Einheit y weniger produziert wird
 - GRT kann damit als die Grenzkosten des Gutes x gemessen in Einheiten von y interpretiert werden:

$$\text{GRT}(x, y) = \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{\partial F_y(K_y, L_y)}{\partial K_y} dK_y + \frac{\partial F_y(K_y, L_y)}{\partial L_y} dL_y}{\frac{\partial F_x(K_x, L_x)}{\partial K_x} dK_x + \frac{\partial F_x(K_x, L_x)}{\partial L_x} dL_x} = -\frac{\frac{\partial F_y(K_y, L_y)}{\partial K_y}}{\frac{\partial F_x(K_x, L_x)}{\partial K_x}} = -\frac{\frac{\partial F_y(K_y, L_y)}{\partial L_y}}{\frac{\partial F_x(K_x, L_x)}{\partial L_x}}$$

- $\text{GRT} = -\frac{\text{Grenzproduktivität des Kapitals des Gutes } y}{\text{Grenzproduktivität des Kapitals des Gutes } x} = -\frac{\text{Grenzproduktivität der Arbeit des Gutes } y}{\text{Grenzproduktivität der Arbeit des Gutes } x}$
- Unter den gängigen Annahmen positiver abnehmender Grenzerträge und konstanter Skalenerträge ist die Transformationskurve konkav.

Transformationskurve



Produktion und Gewinnmaximierung

Unter vollkommener Konkurrenz maximieren die Unternehmen ihren Gewinn bei gegebenen Güterpreisen (p_x, p_y) und Faktorpreisen (r, w) :

$$\max_{K_x, L_x} [\pi = p_x F_x(K_x, L_x) - (rK_x + wL_x)]$$

Damit ergibt sich: Wertgrenzprodukt = Faktorpreis

$$\begin{aligned} p_x \frac{\partial F_x(K_x, L_x)}{\partial K_x} &= r = p_y \frac{\partial F_y(K_y, L_y)}{\partial K_y} \\ p_x \frac{\partial F_x(K_x, L_x)}{\partial L_x} &= w = p_y \frac{\partial F_y(K_y, L_y)}{\partial L_y} \end{aligned}$$

Bei effizienter Produktion folgt damit

$$GRT = -\frac{\frac{\partial F_y(K_y, L_y)}{\partial K_y}}{\frac{\partial F_x(K_x, L_x)}{\partial K_x}} = -\frac{\frac{\partial F_y(K_y, L_y)}{\partial L_y}}{\frac{\partial F_x(K_x, L_x)}{\partial L_x}} = -\frac{p_x}{p_y}$$

Produktion – Tausch – Allgemeines Gleichgewicht

- Aus der Bedingung des Wettbewerbsgleichgewicht der Tauschökonomie folgt:

$$GRS_A = -\frac{p_x}{p_y} = GRS_B$$

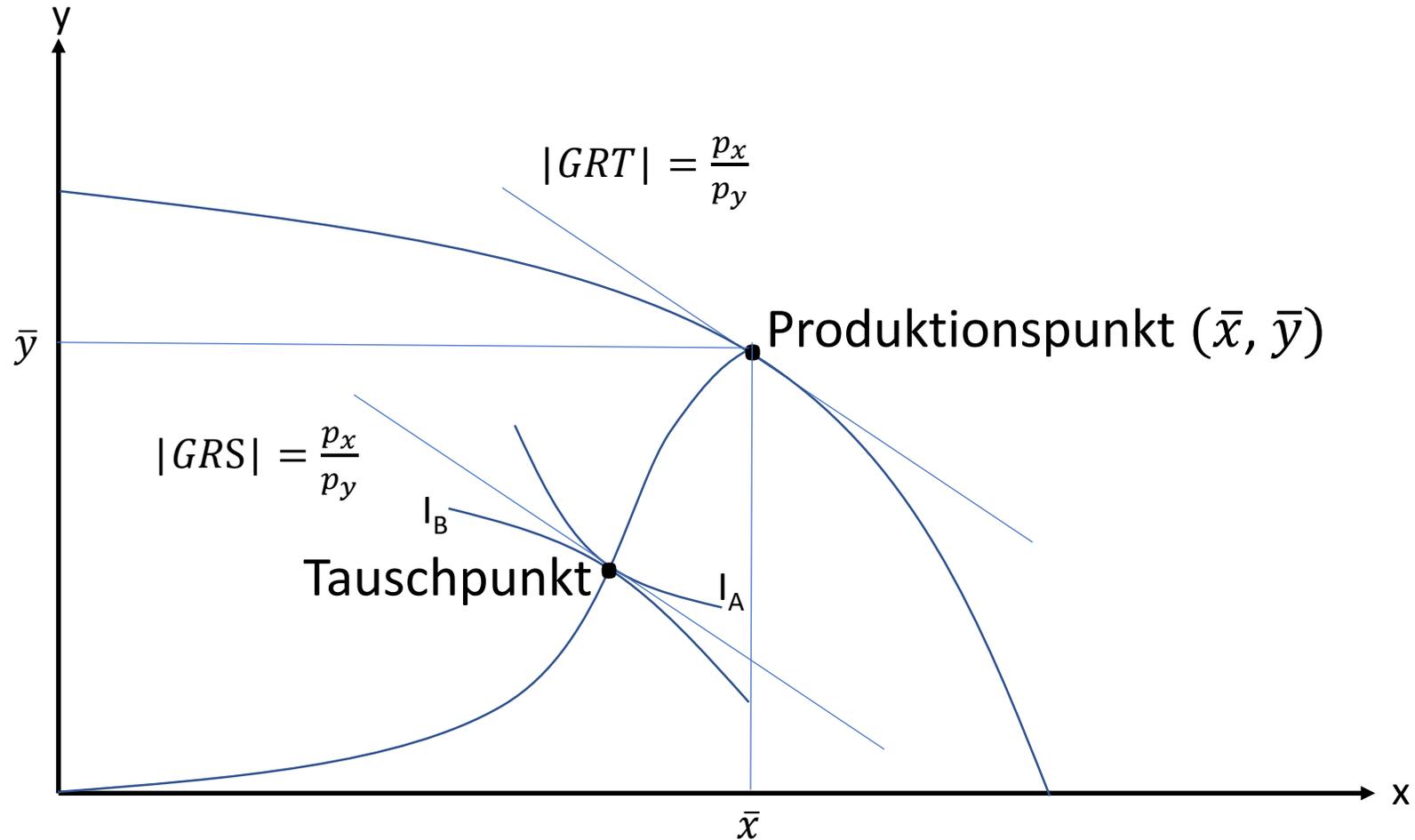
- Aus der Gewinnmaximierung bei effizientem Faktoreinsatz folgt:

$$GRT = -\frac{p_x}{p_y}$$

- Damit gilt für das allgemeine Gleichgewicht:

$$GRT = GRS_A = GRS_B$$

Gesamtwirtschaftliche Effizienz – Allgemeines Gleichgewicht



Über die Transformationskurve und das Güterpreisverhältnis wird der Produktionspunkt bestimmt. Dieser bestimmt die „Größe“ der Edgeworthbox und auf der Kontraktkurve ergibt sich gleichzeitig die paretoeffiziente Allokation

Gerechtigkeitstheorien und soziale Wohlfahrt

- Die zentrale Frage, die aus den beiden Hauptsätzen der Wohlfahrtstheorie und dem allgemeinen Marktprozess, auch wenn er auf vollkommenen Märkten stattfindet, nicht beantwortet werden kann, ist:

Welche Allokation ist in einer Gesellschaft anzustreben?

- Als Konsequenz, stellt sich damit die Frage, welche Verteilung in der Gesellschaft als gerecht bezeichnet werden kann!

Der wohlwollende (benevolente) Diktator

„Wenn nicht, sprach ich, entweder die Philosophen Könige werden in den Staaten, oder die jetzt so genannten Könige und Gewalthaber wahrhaft und gründlich philosophieren, und also dieses beides zusammenfällt, die Staatsgewalt und die Philosophie, die vielerlei Naturen aber, die jetzt zu jedem von beiden einzeln hinzunehmen, durch eine Notwendigkeit ausgeschlossen werden, ehe gibt es keine Erholung von dem Übel für die Staaten, ...“

Platon, Der Staat (Politeia), fünftes Buch (nach einer Übersetzung von F. Schleiermacher)

- Die Auswahl der Allokation kann also eine Person oder Gruppe delegiert werden, bei Platon der Philosophenkönig.
 - In den Wirtschaftswissenschaften wird in Modellen der benevolente Diktator häufig als Benchmark für die First-Best-Lösung verwendet.
- Im Zuge der Menschheitsentwicklung hat sich aber in der westlichen Welt die Demokratie als die vorherrschende Staatsform durchgesetzt und damit soll im Prinzip die Auswahl der Allokation im Allgemeinen auf Freiwilligkeit beruhen.

Naturzustand

- Thomas Hobbes (1588 – 1679)
 - Der Naturzustand wird als Kampf aller gegen alle bezeichnet und es ist daher von den Menschen gewünscht den Naturzustand zu verlassen: *Homo homini lupus est*
(Leviathan, 1651) vgl. Equilibrium in the Jungle, Piccione, M. and Rubinstein, A. (2007), The Economic Journal, 117 (July), 883–896.
- John Locke (1632 – 1704)
 - Der Naturzustand ist zwar kein Kampf, aber er zeichnet sich als ein Zustand vollkommener Freiheit aus, weswegen es keinen Schutz des Eigentums geben kann und die Menschen daher den Naturzustand verlassen, weil sie nach Besitz streben
(Two Treatises of Government, 1690)
- Jean Jaques Rousseau (1712 – 1778)
 - Der Naturzustand ist eine Art Paradies, in dem der Mensch aufgrund von drei Grundeigenschaften ursprünglich lebt:
 - Selbstliebe (amour de soi): Zum Überleben bezieht der Mensch sich nur auf sich selbst
 - Mitleid (pitié): Das Individuum kann ein anderes Individuum nicht leiden sehen
 - Perfektibilität (perfectibilité): Das Individuum kann sich selbst vervollkommenErst durch die Selbsterkenntnis verlässt er diesen Zustand. Das Streben nach Eigentum, wird dabei allerdings als Übel betrachtet.
(Discours sur l'origine et les fondements de l'inégalité parmi les hommes, 1755)

Vertragstheorie/Kontraktualismus

Ausgehend vom Naturzustand entwickelt sich ein Gesellschaftsvertrag

- Im Naturzustand befinden sich alle Individuen in der gleichen Situation bzgl. gewisser gerechtigkeitsrelevanter Variablen, welche im Allgemeinen durch den Schleier des Nichtwissens erzeugt wird.
- Die Individuen verfügen über bestimmte Interessen in diesem Urzustand
- Als gerecht erachtete Institutionen werden aufgrund rationalen Verhaltens einstimmig ausgehend vom Urzustand beschlossen.

Beispiel: Gleichverteilung

- Gerechtigkeit einer Institution ist eine Frage der Begründbarkeit.
 - Dies impliziert Rationalität in der Entscheidung.
 - Welche Ressourcenaufteilung soll für einen Kuchen der Größe 4 gewählt werden?
 $(3,1);(2,2);(1,3)$
 - Da prinzipiell nicht begründet werden kann, warum $(3,1)$ $(1,3)$ vorzuziehen ist, kann eine Entscheidung für eine der beiden Aufteilungen nicht rational sein und es verbleibt die Gleichverteilung $(2,2)$, die dieses Problem aufgrund der Symmetrie nicht hat.
- Vgl.
 - der gerechte Mechanismus zur Zweiteilung eines Butterbrots
 - Parabel aus 1001 Nacht: Zwei Prinzen müssen das Problem lösen, dass derjenige die Prinzessin heiraten darf, dessen Pferd bei einem Wettreiten der beiden als letztes durchs Ziel geht

Beispiel: Robert Nozicks Anspruchstheorie¹

Eine Verteilung ist dann gerecht, wenn jeder auf die Güter, die er besitzt einen Anspruch hat. Ansprüche können gemäß folgender drei Prinzipien definiert werden:

1. Gerechte Aneignung herrenloser Güter
2. Freiwillige Übertragung
3. Wiedergutmachung aufgrund früherer Verstöße gegen 1./2.

Jede Umverteilung verstößt damit gegen eine solche institutionelle Ordnung, während der pure Marktprozess mit dieser Institution kompatibel ist.

1) Nozick, R. (1974), Anarchy, State and Utopia

Beispiel: Hayeks Liberalismus

- Negativdefinition von Freiheit: Freiheit ist die Abwesenheit von staatlichem Zwang.
 - Daraus wird aber nicht die Verneinung des Staates und seiner Aufgaben geschlussfolgert.
 - Vielmehr wird angenommen, dass das Wissen des einzelnen Individuums unzureichend ist (Schleier der Unwissenheit).
1. Da nur das Individuum über seine Präferenzen und Ziele Bescheid weiß, sollte der Staat möglichst große Spielräume lassen, um diese zu verwirklichen.
 2. Die Individuen und damit der Staat befindet sich in einer kulturellen Evolution. Damit ist das Wissen in den Institutionen, Bräuchen, Moral oder Normen gespeichert, welches das Wissen des einzelnen übersteigt und für das Individuum nicht überschaubar ist.
 3. Zukünftige Entscheidungen und Implikation sind unüberschaubar und damit ist der institutionelle Aufbau nicht planbar und sollte das Prinzip von Versuch und Irrtum, welches letztlich den Fortschritt garantiert nicht behindern.

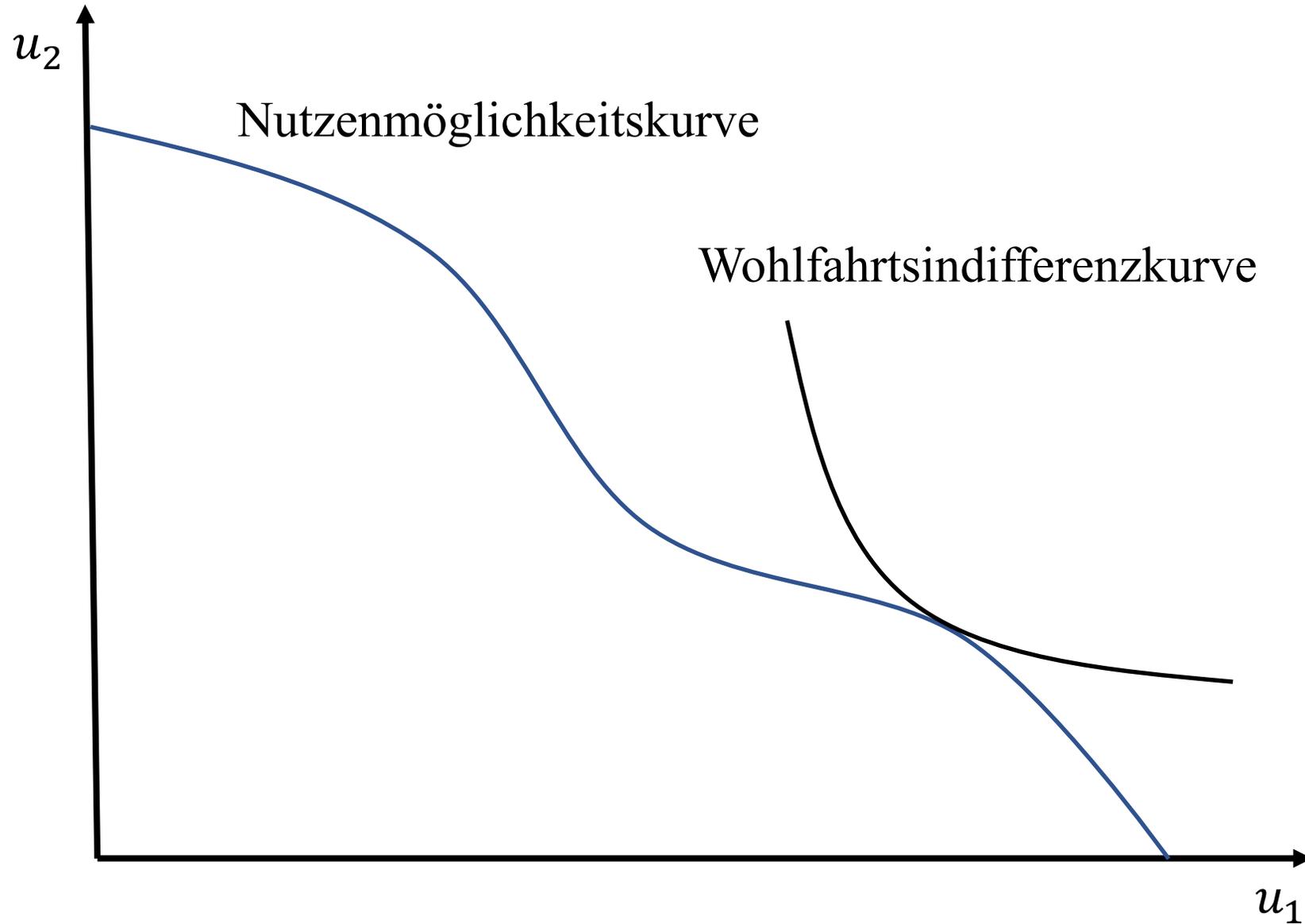
Wohlfahrtsordnung und Wohlfahrtsfunktion¹

- Wohlfahrtsordnung (vgl. Präferenzen und Nutzenfunktion $u_r(x_r)$ aus der Mikroökonomie):
Der Menge der zulässigen Allokation $X = (\vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_n)$ wird eine vollständige und transititive Relation „ \succcurlyeq “ zu geordnet:
 1. Vollständigkeit: Für alle \vec{x}_i, \vec{x}_j gilt $\vec{x}_i \succcurlyeq \vec{x}_j$ oder $\vec{x}_j \succcurlyeq \vec{x}_i$
 2. Transitivität: Für alle $\vec{x}_i, \vec{x}_j, \vec{x}_k$ gilt, wenn $\vec{x}_i \succcurlyeq \vec{x}_j$ und $\vec{x}_j \succcurlyeq \vec{x}_k$ dann gilt $\vec{x}_i \succcurlyeq \vec{x}_k$
- Daraus kann unter gewissen Stetigkeitsannahmen und der Annahme der Abgeschlossenheit eine Funktion $W(\vec{x}_i)$ auf den rationalen Zahlen definiert werden, mit
- $W(\vec{x}_i) \geq W(\vec{x}_j)$ genau dann, wenn $\vec{x}_i \succcurlyeq \vec{x}_j$
- Zusammen mit den individuellen Nutzenfunktionen $u_r(x_r)$ läßt sich die Wohlfahrtsfunktion auch über den Nutzen definieren

$$W(u_1, \dots, u_n).$$

1) Bergson, A *A reformulation of certain aspects of welfare economics* (1938), The Quarterly Journal of Economics. 52, Nr. 2, S. 310–334

Nutzenmöglichkeiten und Wohlfahrtsfunktion



Spezielle Wohlfahrtsfunktionen

- Utilitaristische Wohlfahrtsfunktion: $W(x) = \sum_{i=0}^n \alpha_i u_i(x)$

Ein gerechter Zustand wird dadurch erreicht, dass die gewichtete Summe individuellen Glücksempfinden maximiert wird. Individuelle Nutzen können damit direkt gegeneinander aufgewogen werden.

(Bentham, J. (1748 – 1832) und Mill, J.S. (1806 – 1873)).

Aus heutiger Sicht erscheint dieser Ansatz, dass das Glück des einen das Glück der anderen aufwiegen kann mitunter unsozial, bzw. aufgrund der Gewichtung relativ willkürlich. Zur Wende des 18./19.Jh. des sich in der Industriellen Revolution befindlichen Vereinigten Königreichs mit seinem sich ausbildenden Proletariat (Manchesterkapitalismus) erscheint die Idee in die soziale Wohlfahrt das Glück einer immer größer werdenden Schicht von relativ armen Menschen einzubeziehen dagegen eher sozialrevolutionär.

Spezielle Wohlfahrtsfunktionen

- Rawlssche Wohlfahrtsfunktion: $W(x) = \min\{u_1(x), \dots, u_n(x)\}$

Ein gerechter Zustand wird erreicht, wenn der Nutzen des am schlechtesten gestellten Individuums maximiert wird (vgl. maxmin- oder minmax-Prinzip aus der Entscheidungstheorie). Hintergrund ist die Idee einer fairen politischen Idee der Gerechtigkeit

(Rawls, J. (1971), A Theory of Justice).

Idee ist es, eine Gesellschaftsform anzustreben, in der unter freien Individuen es nicht möglich ist, dass ein Individuum einem anderen Institutionen aufzwingt, die nicht öffentlich nachvollziehbar begründet werden können. Unter dem Schleier der Unwissenheit über die genaue Position wo man in der Gesellschaft steht, ergibt sich dann das formulierte Wohlfahrtskonzept.

Spezielle Wohlfahrtsfunktionen

- Nash-Wohlfahrtsfunktion: $W(x) = \prod_{i=1}^n [u_i(x)]^{\alpha_i}$

Ein gerechter Zustand wird dadurch erreicht, dass das gewichtete Produkt individuellen Glücksempfinden maximiert wird. Gegenüber der utilitaristischen Wohlfahrtsfunktion sind die individuellen Nutzen keine perfekten Substitute mehr, aber auch keine perfekten Komplemente, wie bei Rawls. Die Nash-Wohlfahrtsfunktion stellt damit einen Kompromiss zwischen beiden Extremen dar.

- Isoelastische Wohlfahrtsfunktion: $W(x) = \frac{1}{1-\rho} \sum_{i=0}^n \alpha_i [u_i(x)]^{1-\rho}$

Die Isoelastische Wohlfahrtsfunktion verallgemeinert die drei vorher diskutierten Wohlfahrtsfunktionen. Der Parameter ρ als Ungleichheitsavversionsparameter interpretiert werden:

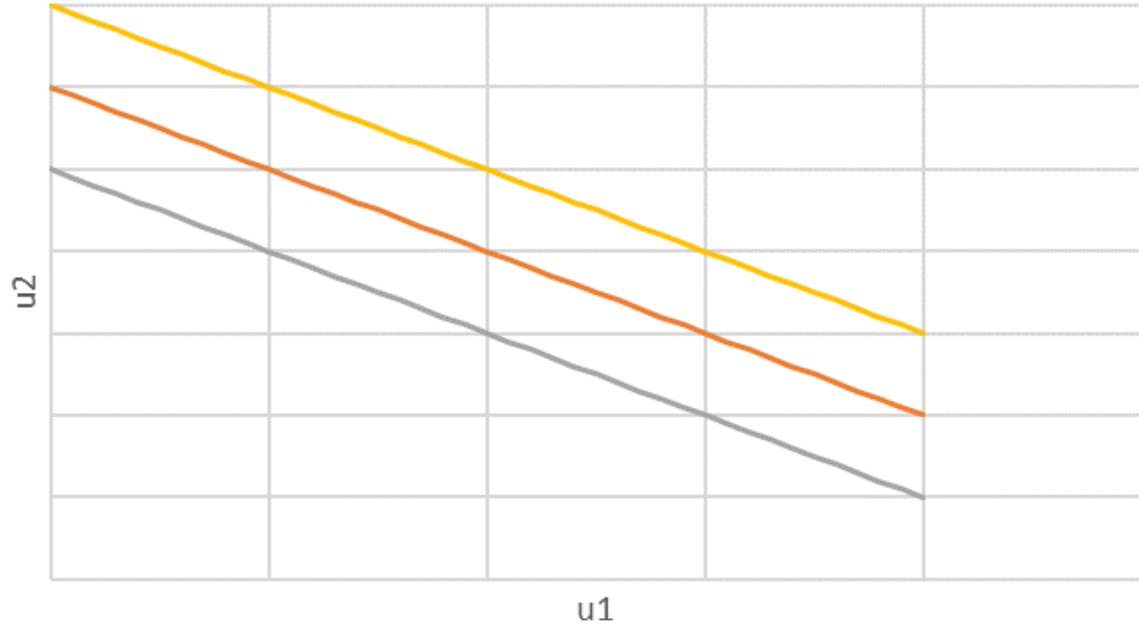
$\rho = 0$: Utilitaristisch

$\rho = \infty$: Rawls

$\rho = 1$: Nash

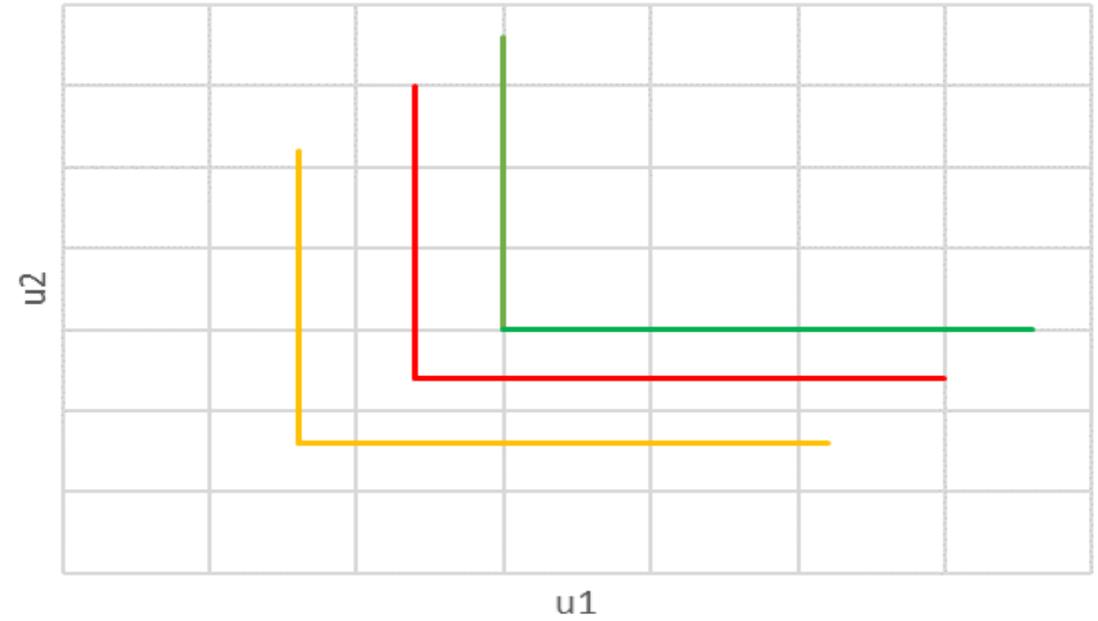
Wohlfahrtsindifferenzkurven

Utilitaristisch



I-W1 I-W2 I-W3

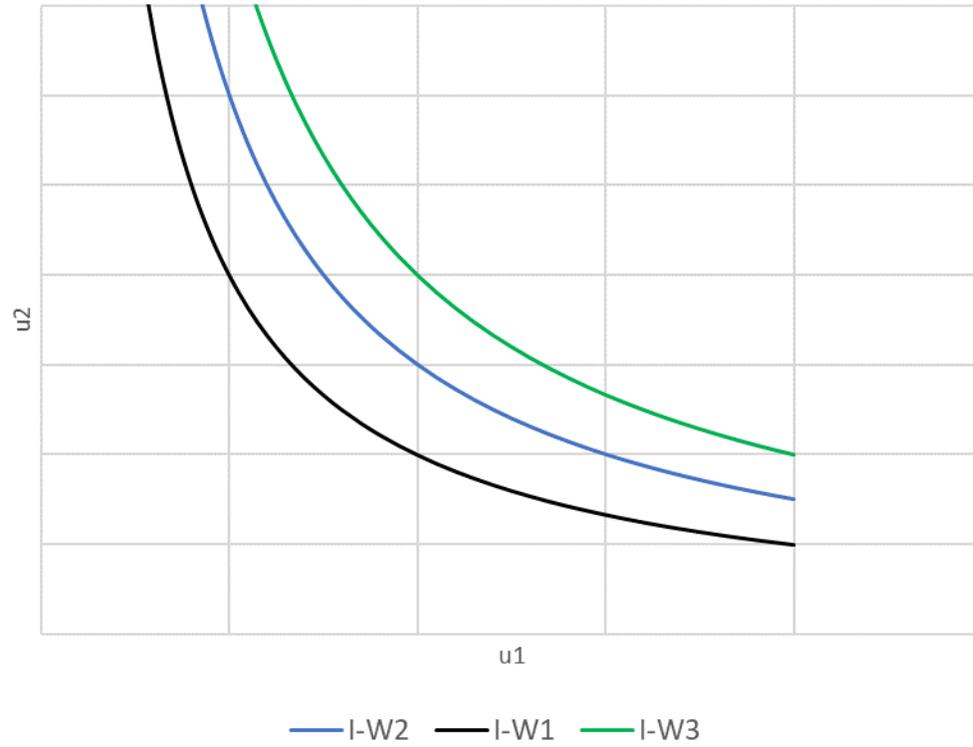
Rawls



I-W1 I-W2 I-W3

Wohlfahrtsindifferenzkurven

Nash



Isoelastisch

