Öffentliche Finanzen und Außenwirtschaft Sommersemester 2022

Tutorium 2

1. Zwei Länder A und B können nach folgenden Tabellen an einem Tag entweder Kleider oder Wein produzieren (beide Länder produzieren nur mit Arbeit und haben lineare Produktionsfunktionen):

Land A		Land B	
Kleider [Stück]	Wein [Liter]	Kleider [Stück]	Wein [Liter]
10	0	5	0
0	5	0	1

   (a) Welches Land hat in welchem Gut (Gütern) einen komparativen bzw. absoluten Kostenvorteil?
   Land A hat in beiden Gütern einen absoluten Kostenvorteil, da es pro Tag von beiden Gütern mehr herstellen kann als Land B.

   - A: $10K \widehat{=} 5W \Longrightarrow 2K \widehat{=} 1W$. A muss für 1W 2K aufgeben.
   - B: $5K \widehat{=} 1W$. B muss für 1W 5K aufgeben.

   Damit hat A einen komparativen Vorteil in der Produktion von Wein.

   - A: $1K \widehat{=} 0,5W$. A muss für 1K 0,5W aufgeben.
   - B: $1K \widehat{=} 0,2W$. B muss für 1K 0,2W aufgeben.

   Damit hat B einen komparativen Vorteil in der Produktion von Kleidern.

   (b) Zeichnen Sie die Transformationskurven für die beiden Länder.
   Siehe Excel. Erklären Sie das Konzept der Transformationskurve

   (c) Leiten Sie die gemeinsame Transformationskurve ab.
   Siehe Excel. Erklären Sie ausfürlich, warum man die flachere Kurve nach oben schiebt und die steilere nach rechts.

   (d) Nehmen Sie an, das Weltmarktpreisverhältnis ergibt sich zu $\frac{p_K}{p_W} = \frac{1}{3}$. Erläutern Sie warum es für beide Länder sinnvoll ist, sich zuerst gemäß ihrer komparativen Kosten zu spezialisieren und anschließend zum Weltmarktpreisverhältnis zu tauschen.
   Aus den komparativen Vorteilen folgt, dass A bereit ist 1W für mindestens 2K zu verkaufen. Umgekehrt ist B bereit für 1W bis zu 5K zu bezahlen. Ist das Preisverhältnis $\frac{p_K}{p_W} = \frac{1}{3}$, so kann man auf dem Weltmarkt 3K für 1W eintauschen. Damit haben beide einen Anreiz diesen Tausch einzugehen. Spezialisieren sich beide vor dem Tausch gemäß ihrer komparativen Kosten, so können beide aus ihrer Arbeitszeit im anschließenden Tausch jeweils den maximalen Vorteil erzielen. Bitte mit den Studierenden auch die umgekehrte Diskussion (A kauft K, B verkauft K) machen.

2. Indien (i) und Jamaika (j) können gemäß folgender Produktionsfunktionen Ananas (A) und Bananen herstellen (B) mit einem maximalen Arbeitsinput von $\bar{L} = 10$ Arbeitseinheiten herstellen.

$$F_A^i(L) = 3L$$
$$F_B^i(L) = 4L$$
$$F_A^j(L) = 6L$$
$$F_B^j(L) = 12L$$

(a) Bestimmen Sie die Arbeits- und Produktionskoeffizienten der beiden Länder für die jeweiligen Produkte.
s. Excel-Tabelle

(b) Bestimmen Sie die Skalenerträge der Produktionsfunktionen.
Produktionsfunktion mit konstanten Skalenerträgen (doppelter Input bedeutet doppelter Output)

(c) Bestimmen Sie die Löhne aus der Gewinnmaximierung bei vollkommener Konkurrenz in den beiden Länder in den beiden Produktionssektoren
Gewinn = Umsatz - Kosten

$$\pi_A^i(L) = p_A^i \cdot A^i - w_A^i L = p_A^i 3L - w_A^i L$$

Unter Vollkommener Konkurrenz ist für ein Unternehmen nur der Arbeitsinput variabel

$$\pi_A^{i\prime}(L) = 3p_A^i - w_A^i = 0 \Longrightarrow w_A^i = 3p_A^i$$

Analog gilt dies für alle Produktionssektoren in beiden Ländern

(d) Welcher Gewinn ergibt sich daraus in den beiden Branchen?
Unter konstanten Skalenerträgen muss der Gewinn im Optimum zwingend gleich null sein, da ansonsten bei positiven Gewinn eine Produktionsausweisweitung zu einem höheren Gewinn führen würde (Widerspruch!)

(e) Gehen Sie von dem vollkommenen flexiblen Produktionsfaktor Arbeit aus. Welches Preisverhältnis bzw. Austauschverhältnis zwischen den beiden Gütern ergibt sich dann in beiden Ländern?
Aus der Gewinnmaximierung und dem Gleichsetzen der Löhne in beiden Sektoren ergibt sich:

$$\frac{p_A^i}{p_B^i} = \frac{4}{3} \qquad \frac{p_A^j}{p_B^j} = \frac{12}{6}$$

(f) Bestimmen Sie die absoluten und komparativen Kosten für die beiden Güter in den jeweiligen Ländern.
Absolute Kosten werden entweder in den Produktivitäten oder den Arbeitskoeffizienten gemessen.
Komparative Kosten über die Verhältnisse der Produktivitäten oder der Arbeitskoeffizienten.
Indien muss für 1A auf $\frac{4}{3}$B verzichten
Jamaika muss für 1A auf $\frac{12}{6}$B verzichten

(g) Bestimmen Sie die einzelnen und die gemeinsame Transformationskurve für die beiden Länder.
s. Excel

(h) Wie groß ist das Gesamteinkommen der beiden Länder zusammen ohne Handel gemessen in Ananas oder in Bananen?
Ananas: 60+30=90
Bananen: 120+40 =160

(i) Nehmen Sie an, vor der Aufnahme von Handelsbeziehungen produziert Indien 6 Ananas und Jamaika 84 Bananen. Bestimmen Sie die vollständigen effizienten Produktionsmengen unter Autarkie.
Indien: 6 Ananas entspricht $L = 2$, dann $4 \cdot 8 = 32$ Bananen
Jamaika: 84 Bananen entspricht $L = 7$, dann $6 \cdot 3 = 18$ Ananas

(j) Erläutern Sie, warum Indien und Jamaika nach der Aufnahme von Handelsgesprächen einen Anreiz haben, sich auf ein Tauschverhältnis von 3 Bananen gegen 2 Ananas zu einigen.
Gemäß der komparativen Kosten ist man in Indien bereit 4 Bananen gegen 3 Ananas zu tauschen und in Jamaika 2 Bananen gegen 1 Ananas. Ein Tauschverhältnis von 3 Bananen gegen 2 Ananas liegt dann dazwischen und stellt beide Seiten besser.

(k) Geben Sie ein Beispiel an, wie sich Indien und Jamaika ausgehend von den Produktionsmengen aus (i) nach einer Spezialisierung gemäß der komparativen Vorteile und anschließenden Tausch von 3 Bananen gegen 2 Ananas besser stellen könnten.
Siehe Excel

(l) Maximieren Sie das Realkeinkommen unter Verwendung von Ananas als Numeraire für das Preisverhältnis aus (j) jeweils für Indien und Jamaika (analytisch und graphisch).
Indien

$$max\{y^{iR} = A^i + \frac{p_B}{p_A} B^i\} \quad \text{NB:} \frac{A^i}{3} + \frac{B^i}{4} = 10$$

Jamaika

$$max\{y^{jR} = A^j + \frac{p_B}{p_A} B^j\} \quad \text{NB:} \frac{A^j}{6} + \frac{B^j}{12} = 10$$

Maximierung ist dann ein Randwertproblem, wie bei der Nutzenmaximierung in Mirko, bei Präferenzen für perkfekte Substitute (Indifferenzkurve = Gerade). Grafisch heißt dies, dass man die Einkommensgerade soweit wie möglich nach außen schiebt.

(m) Maximieren Sie das Realkeinkommen der Welt unter Verwendung von Ananas als Numeraire für das Preisverhältnis aus (j) (analytisch und graphisch).
Welt

$$max\{y^{iR} = (A^i + A^j) + \frac{p_B}{p_A}(B^i + B^j)\} \quad \text{NB:} \frac{A^i}{3} + \frac{B^i}{4} + \frac{A^j}{6} + \frac{B^j}{12} = 10$$

Dies ist ein klassisches Problem der linearen Programmierung und wieder erhält man die Lösung durch Verschieben der Einkommensgerade möglichst weit nach außen.
s. Excel

3. Gegeben sind zwei Individueln A und B mit folgenden Nutzenfunktionen bzgl. der Güter x und y.

$$u^A = x^{\frac{1}{2}} \cdot y^{\frac{1}{2}} \qquad u^B = x^{\frac{2}{3}} \cdot y^{\frac{1}{3}}$$

Außerdem unterliegen die Güter den Ressoucenbeschränkungen $\bar{x} = 1$ und $\bar{y} = 1$

(a) Bestimmen Sie die Kontraktkurve.

Im Pareto-Gleichgewicht und damit als allgemeine Bedingung für die Kontraktkurve gilt $GRS_A = GRS_B$:

$$GRS_A = \frac{\frac{\partial u_A}{\partial x_A}}{\frac{\partial u_A}{\partial y_A}} = \frac{y_A}{x_A}$$

$$GRS_B = \frac{\frac{\partial u_B}{\partial x_B}}{\frac{\partial u_B}{\partial y_B}} = 2\frac{y_B}{x_B} = 2\frac{1-y_A}{1-x_A}$$

unter Verwendung von $\bar{x} = 1 = x_A + x_B$ und $\bar{y} = 1 = y_A + y_B$. Gleichsetzen liefert für die Kontrakkurve

$$\frac{y_A}{x_A} = 2\frac{1-y_A}{1-x_A} \quad \Longrightarrow \quad y_A = \frac{2x_A}{1+x_A}$$

(b) Bestimmen Sie für $p_x = 3$ und $p_y = 2$ das Marktgleichgewicht, sowie die zugehörige Einkommensgerade und die Indifferenzkurven.

Für das Marktgleichgewicht gilt die Bedingung:

$$GRS_A = \frac{p_x}{p_y} = GRS_B$$

Damit ergeben sich mit der Rechnung aus (a) zwei Bedingungen:

$$\frac{y_A}{x_A} = \frac{3}{2} \quad 2\frac{1-y_A}{1-x_A} = \frac{3}{2}$$

und damit das lineare Gleichungssystem

$$3x_A - 2y_A = 0 \quad 3x_A - 4y_A = -1$$

mit der Lösung: $x_A^* = \frac{1}{3}$ und $y_A^* = \frac{1}{2}$ (Einsetzungsverfahren, Gauss, Cramer, was immer Ihr wollt :-)).

Die Einkommensgerade durch das Marktgleichgewicht ergibt $m^* = 3 \cdot \frac{1}{3} + 2 \cdot \frac{1}{2} = 2$ und damit den Allgemeinen Zusammenhang:

$$y_A = 1 - \frac{3}{2}x_A$$

Einsetzen des Marktgleichgewichts in die Nutzenfunktionen liefert jeweils die Nutzenwerte für A un B:

$$u_A^*(x_A^* = \frac{1}{3}, y_A^* = \frac{1}{2}) = \left(\frac{1}{6}\right)^{\frac{1}{2}} \quad u_B^*(x_B^* = \frac{2}{3}, y_A^* = \frac{1}{2}) = \left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{1}{3}}$$

und für die Indifferenkurven, die durch das Marktgleichgewicht gehen

$$\left(\frac{1}{6}\right)^{\frac{1}{2}} = x_A^{\frac{1}{2}} \cdot y_A^{\frac{1}{2}} \quad \Longrightarrow \quad y_A = \frac{1}{6x_A}$$

$$\left(\frac{2}{9}\right)^{\frac{1}{3}} = (1 - x_A)^{\frac{2}{3}} \cdot (1 - y_B)^{\frac{1}{3}} \quad \Longrightarrow \quad y_A = 1 - \frac{1}{\frac{2}{9}(1 - x_A)^2}$$

(c) Unterstützen Sie Ihre Rechnungen mit einer Grafik.
siehe Excel