

## Tutorium 1

1. Wiederholen Sie die Rechenregeln für Potenzfunktionen und Logarithmusfunktionen:

$$x^m x^n =? \quad \frac{x^m}{x^n} =? \quad (xy)^n =? \quad \left(\frac{x}{y}\right)^n =? \quad (x^m)^n =?$$
$$\ln(1) =? \quad \ln(xy) =? \quad \ln\left(\frac{x}{y}\right) =? \quad \ln(x^n) =?$$

2. Gegeben sind folgende Funktionen

$$f(x) = a + bx \quad f(x) = \sqrt{x} \quad f(x) = x^2 \quad f(x) = \frac{1}{x} \quad f(x) = x^\alpha \quad f(x) = \ln x$$

- (a) Stellen Sie die Funktionen für  $x > 0$  und verschiedene Parametergrößen  $a, b, \alpha$  grafisch dar.
- (b) Bestimmen Sie die 1. und 2. Ableitungen der Funktionen.
- (c) Geben Sie einige ökonomische Anwendungen für die Funktionen.
3. Bestimmen Sie die partiellen Ableitungen der folgenden Funktionen:

$$F(x, y, z) = \frac{x^\alpha y^\beta}{z^\gamma} \quad F(K, L) = \sqrt{KL}$$

4. Definieren Sie das totale Differential einer Funktion abhängig von zwei Variablen im Speziellen und einer vektorwertigen Funktion im Allgemeinen:

$$F(x_1, x_2) \quad F(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

5. Bestimmen Sie das totale Differential der Funktionen

$$u(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^{1-\alpha} \quad F(K, L) = \sqrt{KL}$$

- (a) Setzen Sie jeweils die totale Änderung  $dU$  und  $dF$  gleich null und lösen Sie nach  $\frac{dx_2}{dx_1}$  bzw.  $\frac{dK}{dL}$  auf. Interpretieren Sie die Ergebnisse ökonomisch, indem Sie  $u$  als Nutzenfunktion und  $F$  als Produktionsfunktion interpretieren.
6. Bestimmen Sie die Bedingung erster Ordnung für ein mögliches Extremum der Funktion  $y(L) = p\sqrt{K(L+a)} - (wL + rK)$ ;  $(p, a, w, r, K > 0)$
7. Bestimmen Sie die Bedingungen erster Ordnung für ein Maximum der Funktion  $\pi(K, L) = p\sqrt{KL} - (rK + wL)$ ;  $(p, r, w > 0)$ .
8. Gegeben ist die Funktion  $f(x, y, z) = \frac{xy}{z}$ . Bestimmen Sie das totale logarithmische Differential von  $f$  und interpretieren Sie dieses ökonomisch.

9. Eine Konsumentin mit einer Nutzenfunktion von  $u(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^{1-\alpha}$  ( $0 < \alpha < 1$ ) verfügt über ein Einkommen von  $m > 0$ , das sie für den Kauf von zwei Gütern zum Preis von  $p_1 > 0$  und  $p_2 > 0$  ausgeben kann.
- Stellen Sie grafisch die Budgetmenge dar.
  - Stellen Sie grafisch die Indifferenzkurven dar.
  - Bestimmen Sie das Haushaltsoptimum über
    - das Verfahren der Lagrangeschen Multiplikatoren
    - das Einsetzungsverfahren
    - die Bedingung *Grenzrate der Substitution = Preisverhältnis*
10. Die Produktionsmöglichkeiten für zwei Güter  $A, B > 0$  mit den Preisen  $p_A > 0$  und  $p_B > 0$  in einem Land sind gegeben durch  $B(A) = \sqrt{4 - A^2}$
- Stellen Sie  $B(A)$  im positiven Quadranten grafisch im  $B$ - $A$ -Diagramm dar.
  - Formulieren Sie bei gegebenen Verkaufsmengen  $A$  und  $B$  die Erlösfunktion  $e(A, B)$ .
  - Stellen Sie für gegebenen Erlös  $e = \bar{e} > 0$  den Erlös im  $B$ - $A$ -Diagramm dar.
  - Maximieren Sie den Erlös, gegeben die Produktionsbedingungen  $B(A) = \sqrt{2 - A^2}$  über
    - das Verfahren der Lagrangeschen Multiplikatoren
    - das Einsetzungsverfahren
    - die Bedingung  
*Steigung der Kurve der Produktionsmöglichkeiten  $B(A) = -\text{Preisverhältnis}$*