Öffentliche Finanzen und Außenwirtschaft Wintersemester 2021

Tutorium 1

1. Wiederholen Sie die Rechenregeln für Potenzfunktionen und Logarithmusfunktionen:

$$x^m x^n = ? \quad \frac{x^m}{x^n} = ? \quad (xy)^n = ? \quad \left(\frac{x}{y}\right)^n = ? \quad (x^m)^n = ?$$
$$\ln(1) = ? \quad \ln(xy) = ? \quad \ln\left(\frac{x}{y}\right) = ? \quad \ln(x^n) = ?$$

2. Gegeben sind folgende Funktionen

$$f(x) = a + bx \quad f(x) = \sqrt{x} \quad f(x) = x^2 \quad f(x) = \frac{1}{x} \quad f(x) = x^\alpha \quad f(x) = \ln x$$

   (a) Stellen Sie die Funktionen für $x > 0$ und verschiedene Parametergrößen a, b, α grafisch dar.

   (b) Bestimmen Sie die 1. und 2. Ableitungen der Funktionen.

   (c) Geben Sie einige ökonomische Anwendungen für die Funktionen.

3. Bestimmen Sie die partiellen Ableitungen der folgenden Funktionen:

$$F(x, y, z) = \frac{x^\alpha y^\beta}{z^\gamma} \quad F(K, L) = \sqrt{KL}$$

4. Definieren Sie das totale Differential einer Funktion abhängig von zwei Variablen im Speziellen und einer vektorwertigen Funktion im Allgemeinen:

$$F(x_1, x_2) \quad F(x_1, x_2, ..., x_n)$$

5. Bestimmen Sie das totale Differential der Funktionen

$$u(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^{1-\alpha} \quad F(K, L) = \sqrt{KL}$$

   (a) Setzen Sie jeweils die totale Änderung dU und dF gleich null und lösen Sie nach $\frac{dx_2}{dx_1}$ bzw. $\frac{dK}{dL}$ auf. Interpretieren Sie die Ergebnisse ökonomisch, indem Sie u als Nutzenfunktion und F als Produktionsfunktion interpretieren.

6. Bestimmen Sie die Bedingung erster Ordnung für ein mögliches Extremum der Funktion $y(L) = p\sqrt{K(L + a)} - (wL + rK); \quad (p, a, w, r, K > 0)$

7. Bestimmen Sie die Bedingungen erster Ordnung für ein Maximum der Funktion $\pi(K, L) = p\sqrt{KL} - (rK + wL); \quad (p, r, w > 0)$.

8. Gegeben ist die Funktion $f(x, y, z) = \frac{xy}{z}$. Bestimmen Sie das totale logarithmische Differential von f und interpretieren Sie dieses ökonomisch.

9. Eine Konsumentin mit einer Nutzenfunktion von $u(x_1, x_2) = x_1^{\alpha} x_2^{1-\alpha}$ $(0 < \alpha < 1)$ verfügt über ein Einkommen von $m > 0$, dass sie für den Kauf von zwei Gütern zum Preis von $p_1 > 0$ und $p_2 > 0$ ausgeben kann.

   (a) Stellen Sie grafisch die Budgetmenge dar.

   (b) Stellen Sie grafisch die Indifferenzkurven dar.

   (c) Bestimmen Sie das Haushaltsoptimum über

      i. das Verfahren der Lagrangeschen Multiplikatoren

      ii. das Einsetzungsverfahren

      iii. die Bedingung *Grenzrate der Substitution* = *Preisverhältnis*

10. Die Produktionsmöglichkeiten für zwei Güter $A, B > 0$ mit den Preisen $p_A > 0$ und $p_B > 0$ in einem Land sind gegeben durch $B(A) = \sqrt{4 - A^2}$

   (a) Stellen Sie $B(A)$ im positiven Quadranten grafisch im B-A-Diagramm dar.

   (b) Formulieren Sie bei gegebenen Verkaufsmengen A und B die Erlösfunktion $e(A, B)$.

   (c) Stellen Sie für gegebenen Erlös $e = \bar{e} > 0$ den Erlös im B-A-Diagramm dar.

   (d) Maximieren Sie den Erlös, gegeben die Produktionsbedinungen $B(A) = \sqrt{2 - A^2}$ über

      i. das Verfahren der Lagrangeschen Multiplikatoren

      ii. das Einsetzungsverfahren

      iii. die Bedingung
      Steigung der Kurve der Produktionsmöglichkeiten $B(A)$ = −*Preisverhältnis*