

## Übungsblatt 3

1. Betrachten Sie folgenden Markt unter vollkommener Konkurrenz:

$$\text{Angebot : } x_A = 2p \quad \text{Nachfrage : } x_N = 15 - 3p$$

(a) Bestimmen Sie das Marktgleichgewicht. "A=N"

$$2p = 15 - 3p \quad \Rightarrow \quad p^* = 3 \quad \Rightarrow \quad x^* = 2 \cdot 3 = 6$$

(b) Nehmen Sie an, auf der Angebotsseite wird eine Mengensteuer von  $t = 1$  pro Stück erhoben. Bestimmen Sie das neue Marktgleichgewicht, das Steueraufkommen und den Wohlfahrtsverlust.

Für die Verschiebung der Kurven bestimmt man am Besten die umgekehrte Darstellung mit  $p(x)$ .

$$A: p = \frac{1}{2}x \quad N: p = 5 - \frac{1}{3}x$$

Mit der Mengensteuer auf Angebotsseite verschiebt sich damit die Angebotskurve in der "Preisdarstellung" um  $t = 1$  nach oben. Für die abgesetzte Menge müssen dann folgende Kurven gleichgesetzt werden:

$$A_t: p = \frac{1}{2}x + 1 \quad N: p = 5 - \frac{1}{3}x$$

" $A_t=N$ "

$$\frac{1}{2}x + 1 = 5 - \frac{1}{3}x \quad \Rightarrow \quad 3x + 6 = 30 - 2x \quad \Rightarrow \quad 5x = 24 \quad \Rightarrow \quad x_t = \frac{24}{5}$$

Für den Preis  $q_t$ , den die Konsumenten bezahlen müssen ergibt sich dann durch Einsetzen von  $x_t$  z.B. in die Nachfragekurve

$$q_t = 5 - \frac{1}{3} \cdot \frac{24}{5} = \frac{17}{5}$$

und für  $p_t$  (der Preis, der in der Kasse der Produzenten nach Abzug der Steuer verbleibt):

$$p_t = q_t - 1 = \frac{17}{5} - 1 = \frac{12}{5}$$

Der Wohlfahrtsverlust ergibt sich dann als das kleine Dreieck  $\Delta W$  mit der Grundseite  $t = 1$  und der Höhe  $x^* - x_t = 6 - \frac{24}{5} = \frac{6}{5}$  und damit

$$\Delta W = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{6}{5} = \frac{3}{5}$$

- (c) Bestimmen Sie die prozentuale Steuerlast von Anbietern und Nachfragern.

Grafisch erhält man die Steuerlast der Nachfrager als den oberen Teil des Rechtecks des gesamten Steueraufkommens  $T = x_t \cdot t$ , der oberhalb des Gleichgewichtspreises  $p^*$  liegt.

$$\text{StL-N-}\% = \frac{(q_t - p^*)x_t}{x_t \cdot t} = \frac{(\frac{17}{5} - 3)\frac{24}{5}}{\frac{24}{5} \cdot 1} = \frac{2}{5} = 40\%$$

Für die Anbieter gilt das Umgekehrte. Hier ist es der untere Teil des Rechtecks des gesamten Steueraufkommens  $T$  zu berechnen, der unterhalb des Gleichgewichtspreises  $p^*$  liegt.

$$\text{StL-A-}\% = \frac{(p^* - p_t)x_t}{x_t \cdot t} = \frac{(3 - \frac{12}{5})\frac{24}{5}}{\frac{24}{5} \cdot 1} = \frac{3}{5} = 1 - \text{StL-N-}\% = 60\%$$

Die Steuerlast lässt sich natürlich auch über die Elastizitäten berechnen

$$\epsilon_A = \frac{\frac{dx_A}{x}}{\frac{dp}{p}} = \frac{dx_A}{dp} \cdot \frac{p}{x} = 2 \cdot \frac{p}{2p} = 1$$

$$\epsilon_N = \frac{\frac{dx_N}{x}}{\frac{dp}{p}} = \frac{dx_N}{dp} \cdot \frac{p}{x} = -3 \cdot \frac{p}{15 - 3p}$$

Für die Steuerlast folgt dann:

- Nachfrager

$$\frac{dq}{dt}(p = p^* = 3) = \frac{\epsilon^A}{\epsilon^A - \epsilon^N}(p = p^* = 3) = \frac{1}{1 - \left(-3 \cdot \frac{p}{15-3p}\right)}(p = p^* = 3) = \frac{15 - 3 \cdot 3}{15} = \frac{2}{5}$$

- Anbieter

$$\frac{dp}{dt}(p = p^* = 3) = \frac{\epsilon^N}{\epsilon^N - \epsilon^A}(p = p^* = 3) = \frac{-3 \cdot \frac{p}{15-3p}}{-3 \cdot \frac{p}{15-3p} - 1}(p = p^* = 3) = \frac{-3 \cdot 3}{-15} = \frac{3}{5}$$

- (d) Ermitteln Sie den funktionalen Zusammenhang zwischen Steuertarif  $t$  und dem Wohlfahrtsverlust.

Die gleiche Rechnung, die in (b) mit  $t=1$  ausgeführt worden ist, muss nun allgemein mit dem Parameter  $t$  ausgeführt werden. Für  $x_t$  ergibt sich dann:

$$\frac{1}{2}x + t = 5 - \frac{1}{3}x \quad \Rightarrow \quad 3x + 6t = 30 - 2x \quad \Rightarrow \quad 5x = 30 - 6t \quad \Rightarrow \quad x_t = 6 - \frac{6}{5}t$$

Der Wohlfahrtsverlust ist wieder das kleine Dreieck mit

$$\Delta W(t) = \frac{1}{2}t \cdot (x^* - x_t) = \frac{3}{5}t^2$$

also eine nach oben geöffnete Parabel durch den Nullpunkt und etwas breiter als die Standardparabel  $f(x) = x^2$ .

- (e) Ermitteln Sie den funktionalen Zusammenhang zwischen Steuertarif  $t$  und Steueraufkommen, sowie den Steuersatz, der das maximale Steueraufkommen generiert.

Für das Steueraufkommen erhält man allgemein:

$$T(t) = tx_t = \left(6 - \frac{6}{5}t\right)t = 6t - \frac{6}{5}t^2 = -\frac{6}{5}\left(t^2 - 2 \cdot \frac{5}{2}t\right) = -\frac{6}{5}\left(t - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{15}{2}$$

$T(t)$  hat damit zwei Nullstellen bei  $t = 0$  und  $t = 5$ . Da es sich um eine umgekehrte Parabel handelt, muss  $T(t)$  damit ein Maximum bei  $t = t_{max} = \frac{5}{2}$  haben. Für das maximale Steueraufkommen ergibt sich dann  $T_{max} = T\left(t = \frac{5}{2}\right) = \frac{15}{2}$ . Diese Eigenschaften sind natürlich auch direkt aus der Darstellung über die quadratische Ergänzung abzulesen, oder man erhält diese Ergebnisse ebenso über:

$$T'(t) = 6 - \frac{12}{5}t = 0 \quad \Rightarrow \quad t_{max} = \frac{2}{5}$$

- (f) Unterstützen Sie grafisch Ihre Argumentationen und Rechnungen.



