**Außenwirtschaft**
**Wintersemester 2021**
**Spezifische Faktoren**

---

1. Ein Land produziert zwei Güter $A, B$ im Modell spezifischer Faktoren gemäß folgender Daten:

$$A(L_A, \bar{K}_A) = \bar{K}_A L_A^{\alpha} \quad B(L_B, \bar{K}_B) = \bar{K}_B L_B^{\beta}$$

$\bar{L} = 1 = L_A + L_B$, $\bar{K}_A = 1$, $\bar{K}_B = 2$, $\alpha = \frac{1}{2}$, $\beta = \frac{1}{2}$, $p_A = 2$, $p_B = 2$

(a) Bestimmen Sie die Gleichung der Transformationskurve.
Einsetzen der angegebenen Werte ergibt:

$$A = L_A^{\frac{1}{2}} \quad B = 2L_B^{\frac{1}{2}} \quad \text{und} \quad 1 = L_A + L_B \quad \text{setze} \quad L := L_A \Longrightarrow L_B = 1 - L$$

Damit ergibt sich für die Transformatinskurve $B(A)$:

$$A = L^{\frac{1}{2}} \Longrightarrow L = A^2 \quad B = 2(1-L)^{\frac{1}{2}} \Longrightarrow B = 2(1-A^2)^{\frac{1}{2}}$$

Anmerkung: Die TK kann man umschreiben zu $\left(\frac{B}{2}\right)^2 + A^2 = 1$, was einer Ellipsengleichung entspricht. Die TK ist damit der Viertelbogen der Ellipse im positiven Quadranten des Koordinatensystems.

(b) Bestimmen Sie das Gleichgewicht am Arbeitsmarkt.
Aus der Gewinnmaximierung der Unternehmen folgt als Optimalitätsbedingung
Wertgrenzprodukt = Entlohnung des Inputfaktors

$$p_A \frac{\partial A}{\partial L_A} = p_A A'(L_A) = w_A \quad \text{und} \quad p_B \frac{\partial B}{\partial L_B} = p_B B'(L_B) = w_B$$

Da die Arbeit als flexibler Produktionsfaktor zwischen den Sektoren angesehen wird, muss $w_A = w_B := w$ gelten. Ableiten der Produktionsfunktionen aus (a) und einsetzen in die Gleichgewichtsbedingung liefert dann:

$$2A'(L_A) = 2 \cdot \frac{1}{2} L_A^{-\frac{1}{2}} = L^{-\frac{1}{2}} = w = 2B'(L_B) = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2L_B^{-\frac{1}{2}} = 2(1-L)^{-\frac{1}{2}} \tag{1}$$

Auflösen nach $L$:

$$L^{-\frac{1}{2}} = 2(1-L)^{-\frac{1}{2}} \Leftrightarrow 2L^{\frac{1}{2}} = (1-L)^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow 4L = 1-L \Leftrightarrow L^* = L_A^* = \frac{1}{5} \quad \text{und} \quad 1-L^* = L_B^* = \frac{4}{5}$$

Einsetzen in (1) liefert $w^* = (L^*)^{-\frac{1}{2}} = (\frac{1}{5})^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$

(c) Bestimmen Sie die jeweiligen produzierten Mengen von $A$ und $B$.

Weg 1: Die Steigung der Transformationskurve (Grenzrate der Transformation = GRT) entpricht den Opportunitätskosten (auf wie viel Einheiten des einen Guts muss man verzichten, wenn man eine zusätzliche Einheit des anderen Gutes produzieren möchte). Das negative Preisverhältnis $-\frac{p_A}{p_B}$ muss damit als gegebenes Austauschverhältnis (Produktion unter vollkommener Konkurrenz) GRT entsprechen.

$$-\frac{2}{2} = -\frac{p_A}{p_B} = GRT = \frac{dB}{dA} = B'(A) = 2 \cdot \frac{1}{2}(1-A^2)^{-\frac{1}{2}}(-2A) \Longrightarrow$$

$$1 = \frac{2A}{(1-A^2)^{\frac{1}{2}}} \Leftrightarrow (1-A^2)^{\frac{1}{2}} = 2A \Leftrightarrow 1-A^2 = 4A^2 \Leftrightarrow 5A^2 = 1 \Leftrightarrow A^* = \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{5}\sqrt{5}$$

$$B^* = B(A^*) = 2(1-(A^*)^2)^{\frac{1}{2}} = 2\left(1-\frac{1}{5}\right)^{\frac{1}{2}} = 2\left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{1}{2}} = 4\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{4}{\sqrt{5}} = \frac{4}{5}\sqrt{5}$$

Allgemein erhält man diese Bedingung auch aus der Maximierung des Einkommens $E = p_A A + p_B B = 2A + 2B$ unter der Nebenbedingung, dass die Produktion auf der Transformationkurve liegen muss:

$$\max_{A,B} 2A+2B \quad NB: B = 2(1-(A)^2)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \mathcal{L}(A,B,\lambda) = 2A+2B+\lambda(B-2(1-(A)^2)^{\frac{1}{2}})$$

Grafisch bedeutet dies, die Einkommensgerade bei gegebener Transformationskurve soweit wie möglich nach außen zu schieben, bis $E$ die $TK$ gerade noch berührt.

Weg 2: Einsetzen der optimalen Arbeitsmengen $L_A^*$ und $L_B^*$ aus (b):

$$A^* = A(L_A^*) = \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad B^* = B(L_B^*) = 2\left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{1}{2}} = 4\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{1}{2}}$$

(d) Nehmen Sie an, am Weltmarkt liege der Preis von $B$ bei $p_B = 1$ und $A$ weiterhin bei $p_A = 2$ . Welches Gut wird das Land exportieren, welches importieren?

Achtung. In diesem Beispiel kann man auch mit den absoluten Preisen argumentieren, da der Preis von Gut A fest bleibt und damit die Veränderung der relativen und absoluten Preise in die gleiche Richtung gehen. Entscheidend ist aber immer das reale Austauschverhältnis zwischen den Gütern und damit das Preisverhältnis $\frac{p_A}{p_B}$.

Gut B ist am Weltmarkt relativ billiger. Am Weltmarkt kann man 2B gegen 1A tauschen, während man zu Hause nur 1B gegen 1A tauschen kann. Damit gibt es einen Anreiz B auf dem Weltmarkt zu erwerben, also zu importieren und im Gegenzug A zu exportieren, denn A ist am Weltmarkt relativ teurer.

(e) Bestimmen die jeweilige Produktionsmengen des Landes bei Teilnahme am Welthandel.

Quantitativ ist die gleiche Rechnung wie in (a) und (b) durchzuführen :

Weg 1: Die Einkommensgerade mit der Öffnung für den Weltmarkt mit der Steigung $-\frac{p_A}{p_B^w} = -2$ ist steiler als $-\frac{p_A}{p_B} = -1$. Grafisch bewegt sich damit der Optimalpunkt auf der TK nach rechts unten.

$$-\frac{2}{1} = -\frac{p_A}{p_B^w} = GRT = \frac{dB}{dA} = B'(A) = 2 \cdot \frac{1}{2}(1-A^2)^{-\frac{1}{2}}(-2A) \Longrightarrow$$

$$2 = \frac{2A}{(1-A^2)^{\frac{1}{2}}} \Leftrightarrow A^{w*} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$B^{w*} = B(A^{w*}) = 2(1-(A^*)^2)^{\frac{1}{2}} = 2\left(1-\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$$

Weg 2*: Mit dem Ergebnis aus Weg 1(d) kann man das Arbeitsmarktgleichgewicht auch über die Produktionsfunktionen “zurückrechnen”:
Einsetzen der optimalen Arbeitsmenge $A^{w*}$ liefert

$$A^{w*} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = L_A^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow L_A^{w*} = \frac{1}{2} = L_B^{w*} \quad \text{und} \quad w^{w*} = 2 \cdot \frac{1}{2}(L_A^{w*})^{-\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$$

(f) Geben Sie eine Konsumallokation des Landes an, die für das Land mit Handel erreichbar ist, und mit der es sich gegenüber der Situation unter Autarkie besser stellen kann.

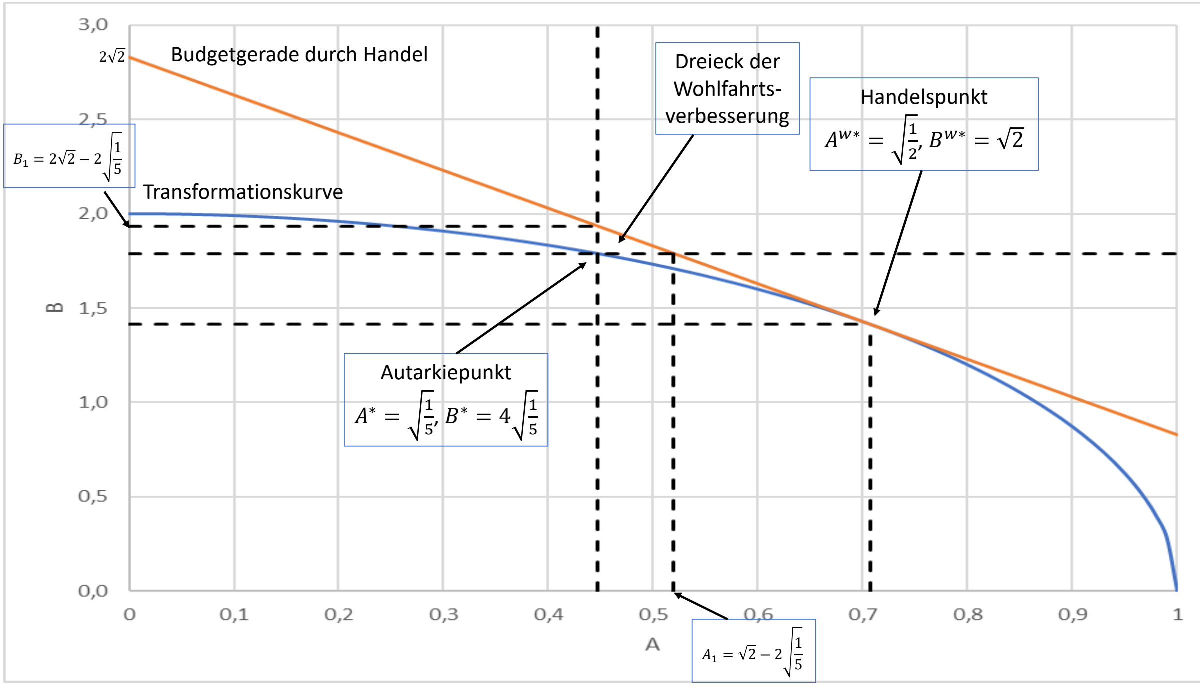
Ausgehend vom Autarkiepunkt $(A^*, B^*)$ kann sich das Land durch alle Güterbündel $(A, B)$ besser stellen, für die gilt $(A \geq A^*, B \geq B^*)$. Grafisch ist dies der Quadrant rechts oberhalb des Punktes $(A^*, B^*)$. Nach dem Eintritt auf dem Weltmarkt, kann sich das Land alle Güterbündel unterhalb der neuen Budgetgeraden, gegeben durch den Punkt $(A^{w*}, B^{w*})$ und die Steigung -$\frac{p_A}{p_B^w}$=-2, leisten. Die Budgetgerade ist damit gegeben durch:

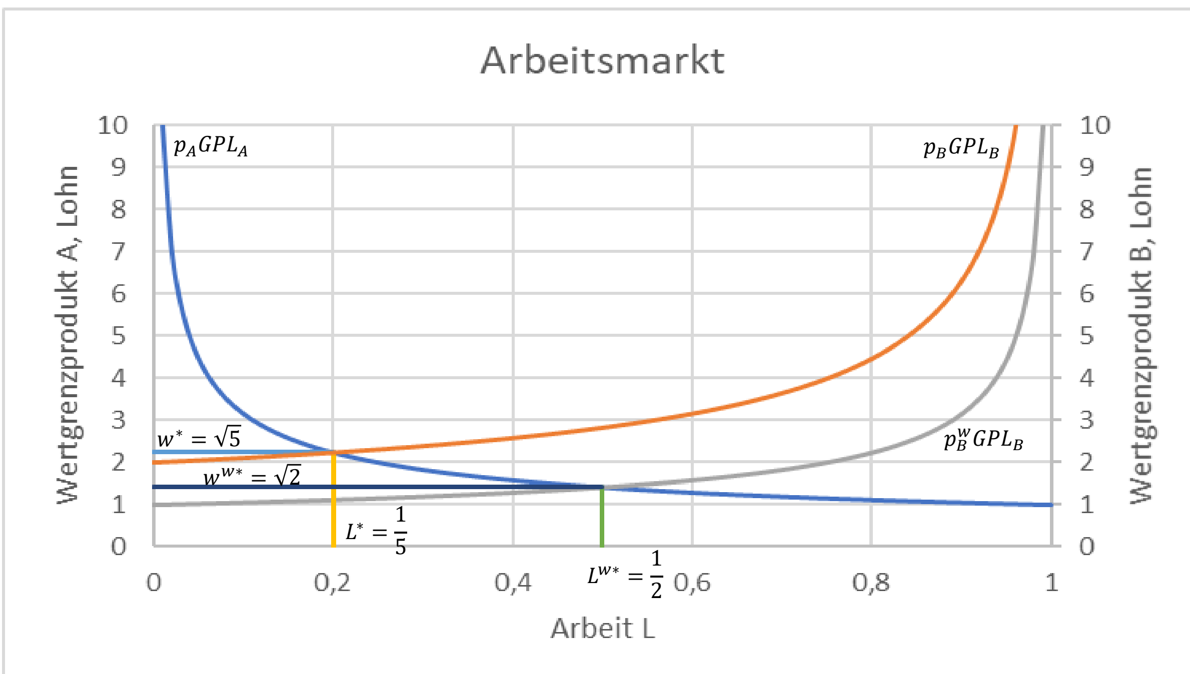
$$m^w = p_A A^{w*} + p_B^w B^{w*} = 2 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{2} + 1 \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow B = \frac{m^w}{p_B^w} - \frac{p_A}{p_B^w}A = 2\sqrt{2} - 2A$$

Der Schnittpunkt der Budgetgeraden mit der Vertikalen repräsentiert durch $A = A^* = \sqrt{\frac{1}{5}}$ ergibt $B_1 = 2\sqrt{2} - 2\sqrt{\frac{1}{5}}$ und der Schnittpunkt der Budgetgeraden mit der Horizontalen repräsentiert durch $B = B^* = 4\sqrt{\frac{1}{5}}$ ergibt $4\sqrt{\frac{1}{5}} = 2\sqrt{2} - 2A_1 \Leftrightarrow A_1 = \sqrt{2} - 2\sqrt{\frac{1}{5}}$

(g) Unterstützen Sie Ihre Rechnungen durch die jeweiligen Grafiken.

Transformationskurve, Budgetgerade




Anmerkung: Die TK hat in den Schnittpunkten mit der horizontalen und vertikalen Achse jeweils die Steigung 0 bzw. $\infty$. Dies bedeutet unendliche Opportunitätskosten für die jeweiligen Güter, was unrealistisch ist. Das Modell in der Aufgabe mit den angegebenen Produktionsfunktionen gilt damit nicht für die Extremfälle. Wen der analytische Grund dafür interessiert, kann einmal den Begriff Inadabedingungen für Produktionsfunktionen nachschauen.

**Außenwirtschaft**
**Wintersemester 2021**
**Monopolistische Konkurrenz**

2. Die Fixkosten in der Automobilbranche in Deutschland und Japan betragen jeweils $k_f = 16$ Mrd.€ bei variablen Kosten von $k_v = 20.000$€. In beiden Märkten produzieren die Unternehmen unter monopolisitischer Konkurrenz, so dass bei zunehmender Unternehmenszahl der Preis gemäß folgendem Zusammenhang sinkt:

$$P = k_v + \frac{3200}{n}$$

Die Marktgröße (Anzahl der Verbraucher) in Deutschland und Japan ist gegeben durch $S_D = 80 Mio.$ und $S_J = 120 Mio.$.

(a) Bestimmen Sie in beiden Märkten die Firmenzahl im Gleichgewicht unter Autarkie.

Beide Länder sind in den technischen Marktbedingungen gleich, bis auf die Marktgröße, damit besteht nur ein Unterschied bei der $CC$-Kurve. Preis und Firmenzahl ergeben sich dann durch Gleichsetzen der jeweiligen $CC$-Kurve mit der $PP$-Kurve.

- Deutschland:
  - $PP$: $P = k_v + \frac{3200}{n} = 20.000 + \frac{3200}{n}$
  - $CC_D$: $DK_D = n\frac{k_f}{S_D} + k_v = n\frac{16.000.000.0000}{80.000.000} + 20.000$

$$\text{“}PP = CC\text{”}$$
$$20.000 + \frac{3200}{n} = n\frac{16.000.000.0000}{80.000.000} + 20.000$$
$$\frac{3200}{n} = 200n$$
$$n^2 = 16$$
$$n_D^* = 4$$

- Japan:
  - $PP$: $P = k_v + \frac{3200}{n} = 20.000 + \frac{3200}{n}$
  - $CC_J$: $DK_J = n\frac{k_f}{S_J} + k_v = n\frac{16.000.000.0000}{120.000.000} + 20.000$

$$\text{“}PP = CC\text{”}$$
$$20.000 + \frac{3200}{n} = n\frac{16.000.000.0000}{120.000.000} + 20.000$$
$$\frac{3200}{n} = \frac{400}{3}n$$
$$n^2 = 24$$
$$n_J^* = \sqrt{24} \approx 4,89$$

(b) Welche Preise ergeben sich für die Autos in beiden Märkten? Erklären Sie den Unterschied.

Einsetzen der Anzahl $n$ in $PP$- oder $CC$-Kurve:

- Deutschland: $P_D^* = 20.000 + \frac{3200}{4} = 20.800$
- Japan: $P_J^* = 20.000 + \frac{3200}{\sqrt{24}} \approx 20.653$

Der Preis in Japan liegt niedriger, da hier ein um ein Drittel größerer Markt vorliegt. Da die Automibilindustrie unter monopolistischer Konkurrenz produziert, bedeutet dies, dass die Anbieter in Japan über die Größendregession stärker die Sklaleneffekte ausnutzen können.

(c) Nehmen Sie an, beide Seiten lassen ihre Handelsbeschränkungen fallen, und es ergibt sich ein gemeinsamer Automobilmarkt. Ermitteln Sie die neue Anzahl von Firmen und den neuen gemeinsamen Preis.

Die technischen Marktbedingungen bleiben immer noch gleich. Es ändert sich nur die Marktgröße. Durch Zusammenlegung der Märkte ergibt sich nun eine Marktgröße von $S_W = S_D + S_J = 200Mio.$

Welt:

- $PP$: $P = k_v + \frac{3200}{n} = 20.000 + \frac{3200}{n}$
- $CC_W$: $DK_D = n\frac{k_f}{S_W} + k_v = n\frac{16.000.000.0000}{200.000.000} + 20.000$

$$
\begin{aligned}
&\text{“}PP = CC\text{”}\\
20.000 + \frac{3200}{n} &= n\frac{16.000.000.0000}{200.000.000} + 20.000\\
\frac{3200}{n} &= \frac{80}{3}n\\
n^2 &= 40\\
n_J^* &= \sqrt{40} \approx 6,32
\end{aligned}
$$

$$P_W^* = 20.000 + \frac{3200}{\sqrt{40}} \approx 20.506$$

(d) Vergleichen und interpretieren Sie die Situation unter Autarkie und Freihandel.

- Für beide Länder fällt der Preis für die Autos durch Aufnahme von Handelsbeziehungen, $P_D^* < P_W^*$ und $P_J^* < P_W^*$, was sich grundsätzlich positiv auf die Konsumenten auswirkt. Beide Industrien können durch die Marktvergrößerung noch weiter Skaleneffekte ausnutzen.
- Für beide Länder steigt die Anzahl der Firmen durch Aufnahme von Handelsbeziehungen, denen sich die Konsumenten gegenüber sehen. $n_D^* < n_W^*$ und $n_J^* < n_W^*$. Die Konsumenten können damit aus einer größeren Produktpalette auswählen, was auf makroökonomischer Ebene ebenso als grundsätzlich positiv bewertet werden kann, unabhängig davon, dass auf Mikro-Ebene bzw. betriebswirtschaflich eine größere Anzahl von Produktvarianten nicht unbedingt nutzenstiftend sein muss.
- Die Firmenzahl geht insgesamt zurück $n_W^* < n_J^* + n_D^*$. Dies kann zum einen auf Schließung von Firmen zurückzuführen sein, was mit einem Arbeitsplatzabbau einhergehen kann, oder es kam zu Fusionen und die neuen Firmen haben bei der Marktvergrößerung verstärkt die Skaleneffekte ausgenutzt und mußten keine Arbeitsplätze abbauen.

(e) Unterstützen Sie grafisch Ihre Rechnungen und Argumentationen.