Öffentliche Finanzen und Außenwirtschaft Sommersemester 2023

Tutorium 1

1. Wiederholen Sie die Rechenregeln für Potenzfunktionen und Logarithmusfunktionen:

$$x^m x^n = ? \quad \frac{x^m}{x^n} = ? \quad (xy)^n = ? \quad \left(\frac{x}{y}\right)^n = ? \quad (x^m)^n = ?$$
$$\ln(1) = ? \quad \ln(xy) = ? \quad \ln\left(\frac{x}{y}\right) = ? \quad \ln(x^n) = ?$$

2. Gegeben sind folgende Funktionen

$$f(x) = a + bx \quad f(x) = \sqrt{x} \quad f(x) = x^2 \quad f(x) = \frac{1}{x} \quad f(x) = x^\alpha \quad f(x) = \ln x$$

   (a) Stellen Sie die Funktionen für $x > 0$ und verschiedene Parametergrößen a, b, α grafisch dar.

   (b) Bestimmen Sie die 1. und 2. Ableitungen der Funktionen.

   (c) Geben Sie einige ökonomische Anwendungen für die Funktionen.

3. Bestimmen Sie die partiellen Ableitungen der folgenden Funktionen:

$$F(x, y, z) = \frac{x^\alpha y^\beta}{z^\gamma} \quad F(K, L) = \sqrt{KL}$$

4. Definieren Sie das totale Differential einer Funktion abhängig von zwei Variablen im Speziellen und einer vektorwertigen Funktion im Allgemeinen:

$$F(x_1, x_2) \quad F(x_1, x_2, ..., x_n)$$

5. Bestimmen Sie das totale Differential der Funktionen

$$u(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^{1-\alpha} \quad F(K, L) = \sqrt{KL}$$

   (a) Setzen Sie jeweils die totale Änderung dU und dF gleich null und lösen Sie nach $\frac{dx_2}{dx_1}$ bzw. $\frac{dK}{dL}$ auf. Interpretieren Sie die Ergebnisse ökonomisch, indem Sie u als Nutzenfunktion und F als Produktionsfunktion interpretieren.

6. Bestimmen Sie die Bedingung erster Ordnung für ein mögliches Extremum der Funktion $y(L) = p\sqrt{K(L + a)} - (wL + rK); \quad (p, a, w, r, K > 0)$

7. Bestimmen Sie die Bedingungen erster Ordnung für ein Maximum der Funktion $\pi(K, L) = p\sqrt{KL} - (rK + wL); \quad (p, r, w > 0)$.

8. Gegeben ist die Funktion $f(x, y, z) = \frac{xy}{z}$. Bestimmen Sie das totale logarithmische Differential von f und interpretieren Sie dieses ökonomisch.

9. Eine Konsumentin mit einer Nutzenfunktion von $u(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^{1-\alpha}$ $(0 < \alpha < 1)$ verfügt über ein Einkommen von $m > 0$, dass sie für den Kauf von zwei Gütern zum Preis von $p_1 > 0$ und $p_2 > 0$ ausgeben kann.
   (a) Stellen Sie grafisch die Budgetmenge dar.
   (b) Stellen Sie grafisch die Indifferenzkurven dar.
   (c) Bestimmen Sie das Haushaltsoptimum über
      i. das Verfahren der Lagrangeschen Multiplikatoren
      ii. das Einsetzungsverfahren
      iii. die Bedingung *Grenzrate der Substitution* = *Preisverhältnis*

10. Die Produktionsmöglichkeiten für zwei Güter $A, B > 0$ mit den Preisen $p_A > 0$ und $p_B > 0$ in einem Land sind gegeben durch $B(A) = \sqrt{4 - A^2}$
   (a) Stellen Sie $B(A)$ im positiven Quadranten grafisch im B-A-Diagramm dar.
   (b) Formulieren Sie bei gegebenen Verkaufsmengen A und B die Erlösfunktion $e(A, B)$.
   (c) Stellen Sie für gegebenen Erlös $e = \bar{e} > 0$ den Erlös im B-A-Diagramm dar.
   (d) Maximieren Sie den Erlös, gegeben die Produktionsbedinungen $B(A) = \sqrt{2 - A^2}$ über
      i. das Verfahren der Lagrangeschen Multiplikatoren
      ii. das Einsetzungsverfahren
      iii. die Bedingung
      Steigung der Kurve der Produktionsmöglichkeiten $B(A)$ = −*Preisverhältnis*

11. Gegeben ist über die Verwendungsseite des Bruttoinlandsprodukts das Gleichgewicht am Gütermarkt sowie das Gleichgewicht am Geldmarkt

$$y = c_0 + c_y y + I_0 - I_r r + G \text{ (Gütermarkt)} \quad m = l_y y - l_r r, \text{ (Geldmarkt)}$$

mit den endogenen Variablen y (Einkommen) und r (Zinssatz) sowie den exogenen Paramentern $c_0 > 0$, $0 < c_y < 1$, $I_0 > 0$, $I_r > 0$, $G \geq 0$, $m > 0$, $l_y > 0$, $l_r > 0$.
   (a) Bestimmen Sie das simultane Gleichgewicht am Geld und Gütermarkt.
   (b) Bestimmen Sie das totale Differential des Gütermarkts unter der Annahme einer exogenen Veränderung der Staatsausgaben G.
   (c) Bestimmen Sie das totale Differential des Geldmarkts
   (d) Stellen Sie ein lineares Gleichungssystem mit den Variabalen dy und dr auf und lösen darüber nach dem Staatsausgabenmultiplikator $\frac{dy}{dG}$ auf
   (e) Bestimmen Sie wieder ausgehend von (a) das totale Differential des Geldmarkts unter der Annahme einer exogenen Veränderung der Geldmenge m.
   (f) Bestimmen Sie das totale Differential des Gütermarkts.
   (g) Stellen Sie ein lineares Gleichungssystem mit den Variabalen dy und dr auf und lösen darüber nach dem Geldmengenenmultiplikator $\frac{dy}{dm}$ auf.