

Tutorium 1

1. Wiederholen Sie die Rechenregeln für Potenzfunktionen und Logarithmusfunktionen:

$$x^m x^n =? \quad \frac{x^m}{x^n} =? \quad (xy)^n =? \quad \left(\frac{x}{y}\right)^n =? \quad (x^m)^n =?$$
$$\ln(1) =? \quad \ln(xy) =? \quad \ln\left(\frac{x}{y}\right) =? \quad \ln(x^n) =?$$

2. Gegeben sind folgende Funktionen

$$f(x) = a + bx \quad f(x) = \sqrt{x} \quad f(x) = x^2 \quad f(x) = \frac{1}{x} \quad f(x) = x^\alpha \quad f(x) = \ln x$$

- (a) Stellen Sie die Funktionen für $x > 0$ und verschiedene Parametergrößen a, b, α grafisch dar.
- (b) Bestimmen Sie die 1. und 2. Ableitungen der Funktionen.
- (c) Geben Sie einige ökonomische Anwendungen für die Funktionen.
3. Bestimmen Sie die partiellen Ableitungen der folgenden Funktionen:

$$F(x, y, z) = \frac{x^\alpha y^\beta}{z^\gamma} \quad F(K, L) = \sqrt{KL}$$

4. Definieren Sie das totale Differential einer Funktion abhängig von zwei Variablen im Speziellen und einer vektorwertigen Funktion im Allgemeinen:

$$F(x_1, x_2) \quad F(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

5. Bestimmen Sie das totale Differential der Funktionen

$$u(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^{1-\alpha} \quad F(K, L) = \sqrt{KL}$$

- (a) Setzen Sie jeweils die totale Änderung dU und dF gleich null und lösen Sie nach $\frac{dx_2}{dx_1}$ bzw. $\frac{dK}{dL}$ auf. Interpretieren Sie die Ergebnisse ökonomisch, indem Sie u als Nutzenfunktion und F als Produktionsfunktion interpretieren.
6. Bestimmen Sie die Bedingung erster Ordnung für ein mögliches Extremum der Funktion $y(L) = p\sqrt{K(L+a)} - (wL + rK)$; $(p, a, w, r, K > 0)$
7. Bestimmen Sie die Bedingungen erster Ordnung für ein Maximum der Funktion $\pi(K, L) = p\sqrt{KL} - (rK + wL)$; $(p, r, w > 0)$.
8. Gegeben ist die Funktion $f(x, y, z) = \frac{xy}{z}$. Bestimmen Sie das totale logarithmische Differential von f und interpretieren Sie dieses ökonomisch.

9. Eine Konsumentin mit einer Nutzenfunktion von $u(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^{1-\alpha}$ ($0 < \alpha < 1$) verfügt über ein Einkommen von $m > 0$, das sie für den Kauf von zwei Gütern zum Preis von $p_1 > 0$ und $p_2 > 0$ ausgeben kann.
- Stellen Sie grafisch die Budgetmenge dar.
 - Stellen Sie grafisch die Indifferenzkurven dar.
 - Bestimmen Sie das Haushaltsoptimum über
 - das Verfahren der Lagrangeschen Multiplikatoren
 - das Einsetzungsverfahren
 - die Bedingung *Grenzrate der Substitution = Preisverhältnis*
10. Die Produktionsmöglichkeiten für zwei Güter $A, B > 0$ mit den Preisen $p_A > 0$ und $p_B > 0$ in einem Land sind gegeben durch $B(A) = \sqrt{4 - A^2}$
- Stellen Sie $B(A)$ im positiven Quadranten grafisch im B - A -Diagramm dar.
 - Formulieren Sie bei gegebenen Verkaufsmengen A und B die Erlösfunktion $e(A, B)$.
 - Stellen Sie für gegebenen Erlös $e = \bar{e} > 0$ den Erlös im B - A -Diagramm dar.
 - Maximieren Sie den Erlös, gegeben die Produktionsbedingungen $B(A) = \sqrt{2 - A^2}$ über
 - das Verfahren der Lagrangeschen Multiplikatoren
 - das Einsetzungsverfahren
 - die Bedingung
Steigung der Kurve der Produktionsmöglichkeiten $B(A) = -\text{Preisverhältnis}$