Öffentliche Finanzen Sommersemester 2021

Übungsblatt 3

1. Betrachten Sie folgenden Markt unter vollkommener Konkurrenz:

$$\text{Angebot}: \quad x_A = 2p \quad \text{Nachfrage}: \quad x_N = 15 - 3p$$

   (a) Bestimmen Sie das Marktgleichgewicht. “A=N”

$$2p = 15 - 3p \quad \Rightarrow \quad p^* = 3 \quad \Rightarrow \quad x^* = 2 \cdot 3 = 6$$

   (b) Nehmen Sie an, auf der Angebotsseite wird eine Mengensteuer von $t = 1$ pro Stück erhoben. Bestimmen Sie das neue Marktgleichgewicht, das Steueraufkommen und den Wohlfahrtsverlust.

   Für die Verschiebung der Kurven bestimmt man am Besten die umgekehrte Darstellung mit $p(x)$.

   A: $p = \frac{1}{2}x$ N: $p = 5 - \frac{1}{3}x$

   Mit der Mengensteuer auf Angebotsseite verschiebt sich damit die Angebotskurve in der “Preisdarstellung” um $t = 1$ nach oben. Für die abgesetzte Menge müssen dann folgende Kurven gleichgesetzt werden:
   A_t: $p = \frac{1}{2}x + 1$ N: $p = 5 - \frac{1}{3}x$

   “A_t=N”

$$\frac{1}{2}x + 1 = 5 - \frac{1}{3}x \quad \Rightarrow \quad 3x + 6 = 30 - 2x \quad \Rightarrow \quad 5x = 24 \quad \Rightarrow \quad x_t = \frac{24}{5}$$

   Für den Preis q_t, den die Konsumenten bezahlen müssen ergibt sich dann durch Einsetzen von x_t z.B. in die Nachfragekurve

$$q_t = 5 - \frac{1}{3} \cdot \frac{24}{5} = \frac{17}{5}$$

   und für p_t (der Preis, der in der Kasse der Produzenten nach Abzug der Steuer verbleibt):

$$p_t = q_t - 1 = \frac{17}{5} - 1 = \frac{12}{5}$$

   Der Wohlfahrtsverlust ergibt sich dann als das kleine Dreieck ΔW mit der Grundseite $t = 1$ und der Höhe $x^* - x_t = 6 - \frac{24}{5} = \frac{6}{5}$ und damit

$$\Delta W = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{6}{5} = \frac{3}{5}$$

(c) Bestimmen Sie die prozentuale Steuerlast von Anbietern und Nachfragern.

Grafisch erhält man die Steuerlast der Nachfrager als den oberen Teil des Rechteckts des gesamten Steueraufkommens $T = x_t \cdot t$, der oberhalb des Gleichgewichtspreises p^* liegt.

$$\text{StL-N-\%} = \frac{(q_t - p^*)x_t}{x_t \cdot t} = \frac{(\frac{17}{5} - 3)\frac{24}{5}}{\frac{24}{5} \cdot 1} = \frac{2}{5} = 40\%$$

Für die Anbieter gilt das Umgekehrte. Hier ist es der untere Teil des Rechteckts des gesamten Steueraufkommens T zu berechnen, der unterhalb des Gleichgewichtspreises p^* liegt.

$$\text{StL-A-\%} = \frac{(p^* - p_t)x_t}{x_t \cdot t} = \frac{(3 - \frac{12}{5})\frac{24}{5}}{\frac{24}{5} \cdot 1} = \frac{3}{5} = 1 - \text{StL-N-\%} = 60\%$$

Die Steuerlast lässt sich natürlich auch über die Elastizitäten berechnen

$$\epsilon_A = \frac{\frac{dx_A}{x}}{\frac{dp}{p}} = \frac{dx_A}{dp} \cdot \frac{p}{x} = 2 \cdot \frac{p}{2p} = 1$$

$$\epsilon_N = \frac{\frac{dx_N}{x}}{\frac{dp}{p}} = \frac{dx_N}{dp} \cdot \frac{p}{x} = -3 \cdot \frac{p}{15 - 3p}$$

Für die Steuerlast folgt dann:

- Nachfrager

$$\frac{dq}{dt}(p = p^* = 3) = \frac{\epsilon^A}{\epsilon^A - \epsilon^N}(p = p^* = 3) = \frac{1}{1 - \left(-3 \cdot \frac{p}{15-3p}\right)}(p = p^* = 3) = \frac{15 - 3 \cdot 3}{15} = \frac{2}{5}$$

- Anbieter

$$\frac{dp}{dt}(p = p^* = 3) = \frac{\epsilon^N}{\epsilon^N - \epsilon^A}(p = p^* = 3) = \frac{-3 \cdot \frac{p}{15-3p}}{-3 \cdot \frac{p}{15-3p} - 1}(p = p^* = 3) = \frac{-3 \cdot 3}{-15} = \frac{3}{5}$$

(d) Ermitteln Sie den funktionalen Zusammenhang zwischen Steuertarif t und dem Wohlfahrtsverlust.

Die gleiche Rechnung, die in (b) mit t=1 ausgeführt worden ist, muss nun allgemein mit dem Parameter t ausgeführt werden. Für x_t ergibt sich dann:

$$\frac{1}{2}x + t = 5 - \frac{1}{3}x \quad \Rightarrow \quad 3x + 6t = 30 - 2x \quad \Rightarrow \quad 5x = 30 - 6t \quad \Rightarrow \quad x_t = 6 - \frac{6}{5}t$$

Der Wohlfahrtsverlust ist wieder das kleine Dreieck mit

$$\Delta W(t) = \frac{1}{2}t \cdot (x^* - x_t) = \frac{3}{5}t^2$$

also eine nach oben geöffnete Parabel durch den Nullpunkt und etwas breiter als die Standardparabel $f(x) = x^2$.

(e) Ermitteln Sie den funktionalen Zusammenhang zwischen Steuertarif t und Steueraufkommen, sowie den Steuersatz, der das maximale Steueraufkommen generiert.

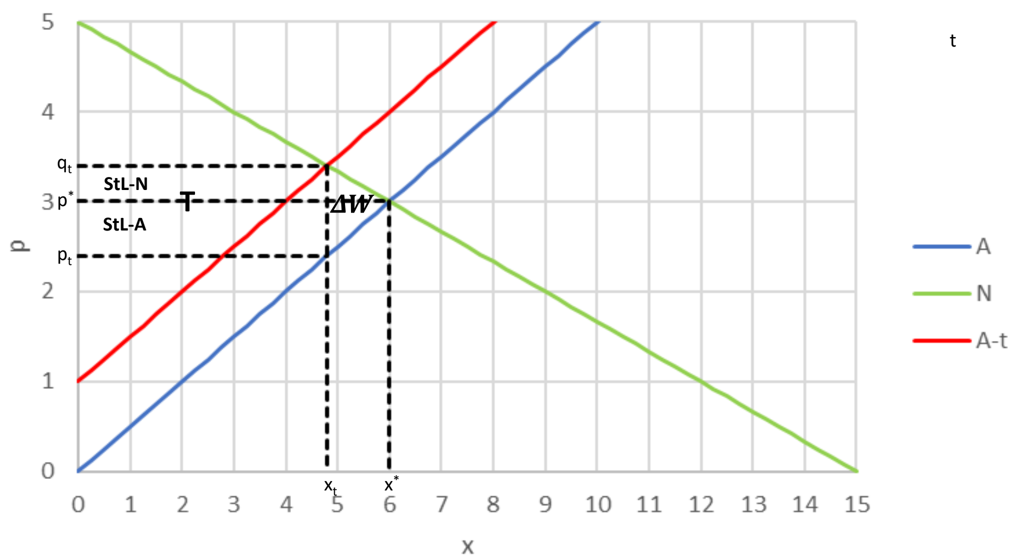
Für das Steueraufkommen erhält man allgemein:

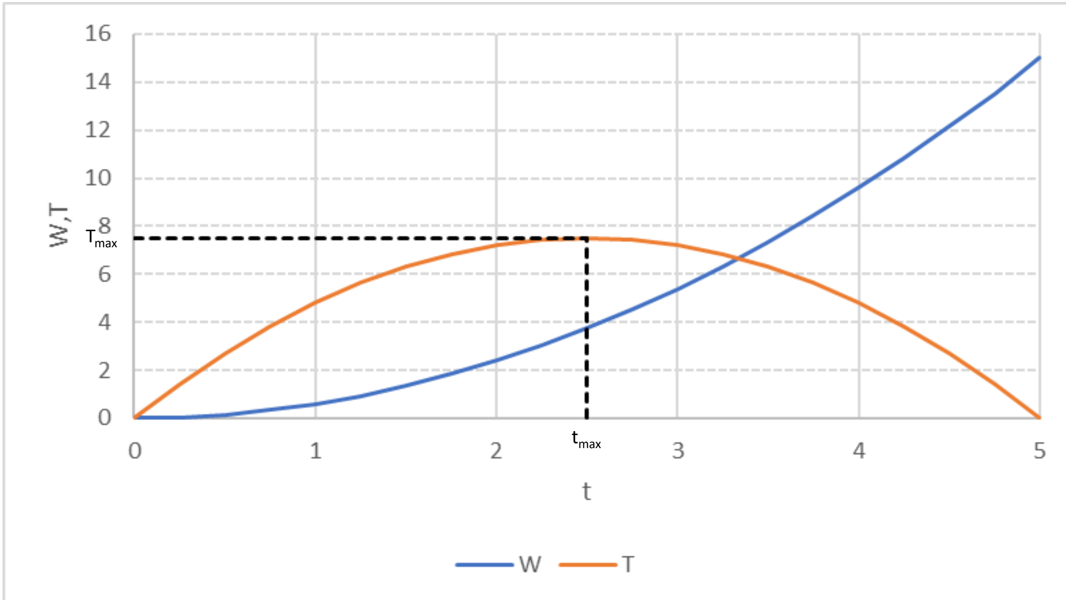
$$T(t) = tx_t = (6 - \frac{6}{5}t)t = 6t - \frac{6}{5}t^2 = -\frac{6}{5}(t^2 - 2 \cdot \frac{5}{2}t)) = -\frac{6}{5}(t - \frac{5}{2})^2 + \frac{15}{2}$$

$T(t)$ hat damit zwei Nullstellen bei $t = 0$ und $t = 5$. Da es sich um eine umgekehrte Parabel handelt, muss $T(t)$ damit ein Maximum bei $t = t_{max} = \frac{5}{2}$ haben. Für das maximale Steueraufkommen ergibt sich dann $T_{max} = T(t = \frac{5}{2}) = \frac{15}{2}$. Diese Eigenschaften sind natürlich auch direkt aus der Darstellung über die quadratische Ergänzung abzulesen, oder man erhält diese Ergebnisse ebenso über:

$$T'(t) = 6 - \frac{12}{5}t = 0 \quad \Rightarrow \quad t_{max} = \frac{2}{5}$$

(f) Unterstützen Sie grafisch Ihre Argumentationen und Rechnungen.




16
14
12
10
8
6
4
2
0
W,T
T_max
0
1
2
t_max
3
4
5
t
W
T