

## Blatt 1 Aufgabe 1a

Vergleiche mit der allgemeinen Herleitung der Samuelson-Bedingung.  
Letztlich ist es nur ein Einsetzen der expliziten funktionalen  
Zusammenhänge! Einfach mal daneben legen!  
Man maximiert den Nutzen von  $A$ :

## Blatt 1 Aufgabe 1a

Vergleiche mit der allgemeinen Herleitung der Samuelson-Bedingung.  
Letztlich ist es nur ein Einsetzen der expliziten funktionalen  
Zusammenhänge! Einfach mal daneben legen!  
Man maximiert den Nutzen von  $A$ :

$$u_A(x_A, G) = x_A \cdot G^2$$

## Blatt 1 Aufgabe 1a

Vergleiche mit der allgemeinen Herleitung der Samuelson-Bedingung.  
Letztlich ist es nur ein Einsetzen der expliziten funktionalen  
Zusammenhänge! Einfach mal daneben legen!

Man maximiert den Nutzen von  $A$ :

$$u_A(x_A, G) = x_A \cdot G^2$$

unter der Nebenbedingung, dass sich der Nutzen von  $B$  nicht ändert

## Blatt 1 Aufgabe 1a

Vergleiche mit der allgemeinen Herleitung der Samuelson-Bedingung.  
Letztlich ist es nur ein Einsetzen der expliziten funktionalen  
Zusammenhänge! Einfach mal daneben legen!

Man maximiert den Nutzen von  $A$ :

$$u_A(x_A, G) = x_A \cdot G^2$$

unter der Nebenbedingung, dass sich der Nutzen von  $B$  nicht ändert

$$u_B(x_B, G) = x_B \cdot G^2 = \bar{u}_B$$

( $\bar{u}_B$  ist eine feste Zahl!)

und der allgemeinen Ressourcenbeschränkung:

$$y_A = y_B = y = 1 \Rightarrow$$

und der allgemeinen Ressourcenbeschränkung:

$y_A = y_B = y = 1 \Rightarrow$  Es gibt also ein Gesamteinkommen von  $y_A + y_B = 2$ .

und der allgemeinen Ressourcenbeschränkung:

$y_A = y_B = y = 1 \Rightarrow$  Es gibt also ein Gesamteinkommen von  $y_A + y_B = 2$ . Dieses wird für  $x_A$ ,  $x_B$  und  $G$  ausgegeben, wobei  $G$  eine Einheit ( $c = 1$ ) von  $x$  kostet.

Die Budgetbeschränkung lautet dann:

und der allgemeinen Ressourcenbeschränkung:

$y_A = y_B = y = 1 \Rightarrow$  Es gibt also ein Gesamteinkommen von  $y_A + y_B = 2$ . Dieses wird für  $x_A$ ,  $x_B$  und  $G$  ausgegeben, wobei  $G$  eine Einheit ( $c = 1$ ) von  $x$  kostet.

Die Budgetbeschränkung lautet dann:

$$x_A + x_B + G = 2$$



und der allgemeinen Ressourcenbeschränkung:

$y_A = y_B = y = 1 \Rightarrow$  Es gibt also ein Gesamteinkommen von  $y_A + y_B = 2$ . Dieses wird für  $x_A$ ,  $x_B$  und  $G$  ausgegeben, wobei  $G$  eine Einheit ( $c = 1$ ) von  $x$  kostet.

Die Budgetbeschränkung lautet dann:

$$x_A + x_B + G = 2$$

Das Maximierungsproblem ergibt sich dann zu

$$\max x_A G^2 \quad NB1 : x_B G^2 = \bar{u}_B \quad NB2 : x_A + x_B + G = 2$$

und der allgemeinen Ressourcenbeschränkung:

$y_A = y_B = y = 1 \Rightarrow$  Es gibt also ein Gesamteinkommen von  $y_A + y_B = 2$ . Dieses wird für  $x_A$ ,  $x_B$  und  $G$  ausgegeben, wobei  $G$  eine Einheit ( $c = 1$ ) von  $x$  kostet.

Die Budgetbeschränkung lautet dann:

$$x_A + x_B + G = 2$$

Das Maximierungsproblem ergibt sich dann zu

$$\max x_A G^2 \quad NB1 : x_B G^2 = \bar{u}_B \quad NB2 : x_A + x_B + G = 2$$

und die Lagrangfunktion zu

$$L(x_A, x_B, G, \mu, \lambda) = x_A G^2 + \mu(x_B G^2 - \bar{u}_B) + \lambda(2 - x_A - x_B - G)$$

Als partielle Ableitungen und anschließendes Nullsetzes für die Maximierung von  $L$  erhält man (Bitte erst einmal selber versuchen!!!)

Als partielle Ableitungen und anschließendes Nullsetzes für die Maximierung von  $L$  erhält man (Bitte erst einmal selber versuchen!!!)

$$\frac{\partial L}{\partial x_A} = G^2 - \lambda = 0$$

Als partielle Ableitungen und anschließendes Nullsetzes für die Maximierung von  $L$  erhält man (Bitte erst einmal selber versuchen!!!)

$$\frac{\partial L}{\partial x_A} = G^2 - \lambda = 0 \Rightarrow \quad G^2 = \lambda \quad (1)$$

Als partielle Ableitungen und anschließendes Nullsetzes für die Maximierung von  $L$  erhält man (Bitte erst einmal selber versuchen!!!)

$$\frac{\partial L}{\partial x_A} = G^2 - \lambda = 0 \Rightarrow \quad G^2 = \lambda \quad (1)$$
$$\frac{\partial L}{\partial x_B} = \mu G^2 - \lambda = 0$$

Als partielle Ableitungen und anschließendes Nullsetzes für die Maximierung von  $L$  erhält man (Bitte erst einmal selber versuchen!!!)

$$\frac{\partial L}{\partial x_A} = G^2 - \lambda = 0 \Rightarrow \quad G^2 = \lambda \quad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_B} = \mu G^2 - \lambda = 0 \Rightarrow \quad \mu G^2 = \lambda \quad (2)$$

Als partielle Ableitungen und anschließendes Nullsetzes für die Maximierung von  $L$  erhält man (Bitte erst einmal selber versuchen!!!)

$$\frac{\partial L}{\partial x_A} = G^2 - \lambda = 0 \Rightarrow \quad G^2 = \lambda \quad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_B} = \mu G^2 - \lambda = 0 \Rightarrow \quad \mu G^2 = \lambda \quad (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial G} = 2x_A G + \mu 2x_B G - \lambda = 0$$



Als partielle Ableitungen und anschließendes Nullsetzes für die Maximierung von  $L$  erhält man (Bitte erst einmal selber versuchen!!!)

$$\frac{\partial L}{\partial x_A} = G^2 - \lambda = 0 \Rightarrow G^2 = \lambda \quad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_B} = \mu G^2 - \lambda = 0 \Rightarrow \mu G^2 = \lambda \quad (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial G} = 2x_A G + \mu 2x_B G - \lambda = 0 \Rightarrow 2x_A G + 2\mu x_B G = \lambda \quad (3)$$

Als partielle Ableitungen und anschließendes Nullsetzes für die Maximierung von  $L$  erhält man (Bitte erst einmal selber versuchen!!!)

$$\frac{\partial L}{\partial x_A} = G^2 - \lambda = 0 \Rightarrow G^2 = \lambda \quad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_B} = \mu G^2 - \lambda = 0 \Rightarrow \mu G^2 = \lambda \quad (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial G} = 2x_A G + \mu 2x_B G - \lambda = 0 \Rightarrow 2x_A G + 2\mu x_B G = \lambda \quad (3)$$

Die Ableitungen nach  $\mu$  und  $\lambda$  und "Nullsetzen" ergeben natürlich einfach wieder nur die beiden Nebenbedingungen NB1 und NB2:

Als partielle Ableitungen und anschließendes Nullsetzes für die Maximierung von  $L$  erhält man (Bitte erst einmal selber versuchen!!!)

$$\frac{\partial L}{\partial x_A} = G^2 - \lambda = 0 \Rightarrow G^2 = \lambda \quad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_B} = \mu G^2 - \lambda = 0 \Rightarrow \mu G^2 = \lambda \quad (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial G} = 2x_A G + \mu 2x_B G - \lambda = 0 \Rightarrow 2x_A G + 2\mu x_B G = \lambda \quad (3)$$

Die Ableitungen nach  $\mu$  und  $\lambda$  und "Nullsetzen" ergeben natürlich einfach wieder nur die beiden Nebenbedingungen NB1 und NB2:

$$NB1 : x_B G^2 = \bar{u}_B$$

Als partielle Ableitungen und anschließendes Nullsetzes für die Maximierung von  $L$  erhält man (Bitte erst einmal selber versuchen!!!)

$$\frac{\partial L}{\partial x_A} = G^2 - \lambda = 0 \Rightarrow G^2 = \lambda \quad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_B} = \mu G^2 - \lambda = 0 \Rightarrow \mu G^2 = \lambda \quad (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial G} = 2x_A G + \mu 2x_B G - \lambda = 0 \Rightarrow 2x_A G + 2\mu x_B G = \lambda \quad (3)$$

Die Ableitungen nach  $\mu$  und  $\lambda$  und "Nullsetzen" ergeben natürlich einfach wieder nur die beiden Nebenbedingungen NB1 und NB2:

$$NB1 : x_B G^2 = \bar{u}_B \quad NB2 : 2 = x_A + x_B + G$$

Es geht wieder darum aus dem Gleichungssystem  $\lambda$  und  $\mu$  zu eliminieren.

Es geht wieder darum aus dem Gleichungssystem  $\lambda$  und  $\mu$  zu eliminieren.  
Aus (1) haben wir schon  $G^2 = \lambda$

Es geht wieder darum aus dem Gleichungssystem  $\lambda$  und  $\mu$  zu eliminieren.

Aus (1) haben wir schon  $G^2 = \lambda$

Teilen von (1):(2) liefert

Es geht wieder darum aus dem Gleichungssystem  $\lambda$  und  $\mu$  zu eliminieren.

Aus (1) haben wir schon  $G^2 = \lambda$

Teilen von (1):(2) liefert

$$\frac{G^2}{\mu G^2} = 1$$



Es geht wieder darum aus dem Gleichungssystem  $\lambda$  und  $\mu$  zu eliminieren.

Aus (1) haben wir schon  $G^2 = \lambda$

Teilen von (1):(2) liefert

$$\frac{G^2}{\mu G^2} = 1 \quad \Rightarrow \quad 1 = \mu \quad (4)$$

Es geht wieder darum aus dem Gleichungssystem  $\lambda$  und  $\mu$  zu eliminieren.

Aus (1) haben wir schon  $G^2 = \lambda$

Teilen von (1):(2) liefert

$$\frac{G^2}{\mu G^2} = 1 \quad \Rightarrow \quad 1 = \mu \quad (4)$$

Einsetzen von  $\mu = 1$  und  $\lambda = G^2$  in (3) liefert

$$2x_A G + 2x_B G = G^2$$

Es geht wieder darum aus dem Gleichungssystem  $\lambda$  und  $\mu$  zu eliminieren.

Aus (1) haben wir schon  $G^2 = \lambda$

Teilen von (1):(2) liefert

$$\frac{G^2}{\mu G^2} = 1 \quad \Rightarrow \quad 1 = \mu \quad (4)$$

Einsetzen von  $\mu = 1$  und  $\lambda = G^2$  in (3) liefert

$$2x_A G + 2x_B G = G^2 \Rightarrow 2(x_A + x_B) = G \quad (5)$$

Es geht wieder darum aus dem Gleichungssystem  $\lambda$  und  $\mu$  zu eliminieren.

Aus (1) haben wir schon  $G^2 = \lambda$

Teilen von (1):(2) liefert

$$\frac{G^2}{\mu G^2} = 1 \quad \Rightarrow \quad 1 = \mu \quad (4)$$

Einsetzen von  $\mu = 1$  und  $\lambda = G^2$  in (3) liefert

$$2x_A G + 2x_B G = G^2 \Rightarrow 2(x_A + x_B) = G \quad (5)$$

Vgl. mit dem direkten Einsetzen in die allgemeine Samuelsonbedingung!

Es geht wieder darum aus dem Gleichungssystem  $\lambda$  und  $\mu$  zu eliminieren.

Aus (1) haben wir schon  $G^2 = \lambda$

Teilen von (1):(2) liefert

$$\frac{G^2}{\mu G^2} = 1 \quad \Rightarrow \quad 1 = \mu \quad (4)$$

Einsetzen von  $\mu = 1$  und  $\lambda = G^2$  in (3) liefert

$$2x_A G + 2x_B G = G^2 \Rightarrow 2(x_A + x_B) = G \quad (5)$$

Vgl. mit dem direkten Einsetzen in die allgemeine Samuelsonbedingung!

$$\frac{\frac{\partial u_A}{\partial G}}{\frac{\partial u_A}{\partial x_A}} + \frac{\frac{\partial u_B}{\partial G}}{\frac{\partial u_B}{\partial x_B}} = c$$

Es geht wieder darum aus dem Gleichungssystem  $\lambda$  und  $\mu$  zu eliminieren.

Aus (1) haben wir schon  $G^2 = \lambda$

Teilen von (1):(2) liefert

$$\frac{G^2}{\mu G^2} = 1 \quad \Rightarrow \quad 1 = \mu \quad (4)$$

Einsetzen von  $\mu = 1$  und  $\lambda = G^2$  in (3) liefert

$$2x_A G + 2x_B G = G^2 \Rightarrow 2(x_A + x_B) = G \quad (5)$$

Vgl. mit dem direkten Einsetzen in die allgemeine Samuelsonbedingung!

$$\frac{\frac{\partial u_A}{\partial G}}{\frac{\partial u_A}{\partial x_A}} + \frac{\frac{\partial u_B}{\partial G}}{\frac{\partial u_B}{\partial x_B}} = c \Rightarrow \frac{2x_A G}{G^2} + \frac{2x_B G}{G^2} = 1 \quad (6)$$

(5) und die Ressourcenbeschränkung

(5) und die Ressourcenbeschränkung

$$2(x_A + x_B) = G \Rightarrow$$



(5) und die Ressourcenbeschränkung

$$2(x_A + x_B) = G \Rightarrow 2 - G = x_A + x_B$$

(5) und die Ressourcenbeschränkung

$$2(x_A + x_B) = G \Rightarrow 2 - G = x_A + x_B$$

$$2 = x_A + x_B + G \Rightarrow$$

(5) und die Ressourcenbeschränkung

$$2(x_A + x_B) = G \Rightarrow 2 - G = x_A + x_B$$

$$2 = x_A + x_B + G \Rightarrow 2 - G = x_A + x_B$$

(5) und die Ressourcenbeschränkung

$$2(x_A + x_B) = G \Rightarrow 2 - G = x_A + x_B$$

$$2 = x_A + x_B + G \Rightarrow 2 - G = x_A + x_B$$

ergeben dann

$$2(2 - G) = G \Rightarrow$$

(5) und die Ressourcenbeschränkung

$$2(x_A + x_B) = G \Rightarrow 2 - G = x_A + x_B$$

$$2 = x_A + x_B + G \Rightarrow 2 - G = x_A + x_B$$

ergeben dann

$$2(2 - G) = G \Rightarrow 4 - 2G = G \Rightarrow$$

(5) und die Ressourcenbeschränkung

$$2(x_A + x_B) = G \Rightarrow 2 - G = x_A + x_B$$

$$2 = x_A + x_B + G \Rightarrow 2 - G = x_A + x_B$$

ergeben dann

$$2(2 - G) = G \Rightarrow 4 - 2G = G \Rightarrow 4 = 3G \Rightarrow$$

(5) und die Ressourcenbeschränkung

$$2(x_A + x_B) = G \Rightarrow 2 - G = x_A + x_B$$

$$2 = x_A + x_B + G \Rightarrow 2 - G = x_A + x_B$$

ergeben dann

$$2(2 - G) = G \Rightarrow 4 - 2G = G \Rightarrow 4 = 3G \Rightarrow G^* = \frac{4}{3}$$

## Blatt 1 Aufgabe 1b

Was ändert sich im Optimierungsansatz?



## Blatt 1 Aufgabe 1b

Was ändert sich im Optimierungsansatz?  $A$  schaut nur auf sein eigenes Budget  $y_A = 1$ ,

## Blatt 1 Aufgabe 1b

Was ändert sich im Optimierungsansatz?  $A$  schaut nur auf sein eigenes Budget  $y_A = 1$ , welches er für seinen Anteil an der Finanzierung  $G_A$  am öffentlichen Gut und das private Gut  $x_A$  ausgibt

## Blatt 1 Aufgabe 1b

Was ändert sich im Optimierungsansatz?  $A$  schaut nur auf sein eigenes Budget  $y_A = 1$ , welches er für seinen Anteil an der Finanzierung  $G_A$  am öffentlichen Gut und das private Gut  $x_A$  ausgibt  $\Rightarrow x_A + G_A = 1$ .

## Blatt 1 Aufgabe 1b

Was ändert sich im Optimierungsansatz?  $A$  schaut nur auf sein eigenes Budget  $y_A = 1$ , welches er für seinen Anteil an der Finanzierung  $G_A$  am öffentlichen Gut und das private Gut  $x_A$  ausgibt  $\Rightarrow x_A + G_A = 1$ . Das Nutzenniveau von  $B$  interessiert jetzt nicht mehr,

## Blatt 1 Aufgabe 1b

Was ändert sich im Optimierungsansatz?  $A$  schaut nur auf sein eigenes Budget  $y_A = 1$ , welches er für seinen Anteil an der Finanzierung  $G_A$  am öffentlichen Gut und das private Gut  $x_A$  ausgibt  $\Rightarrow x_A + G_A = 1$ . Das Nutzenniveau von  $B$  interessiert jetzt nicht mehr, aber  $A$  geht davon aus, dass  $B$  eine feste Menge  $G_B$  des öffentlichen Gutes finanziert.

## Blatt 1 Aufgabe 1b

Was ändert sich im Optimierungsansatz?  $A$  schaut nur auf sein eigenes Budget  $y_A = 1$ , welches er für seinen Anteil an der Finanzierung  $G_A$  am öffentlichen Gut und das private Gut  $x_A$  ausgibt  $\Rightarrow x_A + G_A = 1$ . Das Nutzenniveau von  $B$  interessiert jetzt nicht mehr, aber  $A$  geht davon aus, dass  $B$  eine feste Menge  $G_B$  des öffentlichen Gutes finanziert. Das bedeutet, dass  $A$  die Menge von  $G = G_A + G_B$  konsumieren kann,

## Blatt 1 Aufgabe 1b

Was ändert sich im Optimierungsansatz?  $A$  schaut nur auf sein eigenes Budget  $y_A = 1$ , welches er für seinen Anteil an der Finanzierung  $G_A$  am öffentlichen Gut und das private Gut  $x_A$  ausgibt  $\Rightarrow x_A + G_A = 1$ . Das Nutzenniveau von  $B$  interessiert jetzt nicht mehr, aber  $A$  geht davon aus, dass  $B$  eine feste Menge  $G_B$  des öffentlichen Gutes finanziert. Das bedeutet, dass  $A$  die Menge von  $G = G_A + G_B$  konsumieren kann, denn die jeweils finanzierten Mengen  $G_A$  und  $G_B$  können gleichzeitig

## Blatt 1 Aufgabe 1b

Was ändert sich im Optimierungsansatz?  $A$  schaut nur auf sein eigenes Budget  $y_A = 1$ , welches er für seinen Anteil an der Finanzierung  $G_A$  am öffentlichen Gut und das private Gut  $x_A$  ausgibt  $\Rightarrow x_A + G_A = 1$ . Das Nutzenniveau von  $B$  interessiert jetzt nicht mehr, aber  $A$  geht davon aus, dass  $B$  eine feste Menge  $G_B$  des öffentlichen Gutes finanziert. Das bedeutet, dass  $A$  die Menge von  $G = G_A + G_B$  konsumieren kann, denn die jeweils finanzierten Mengen  $G_A$  und  $G_B$  können gleichzeitig (nicht Ausschließbarkeit,



## Blatt 1 Aufgabe 1b

Was ändert sich im Optimierungsansatz?  $A$  schaut nur auf sein eigenes Budget  $y_A = 1$ , welches er für seinen Anteil an der Finanzierung  $G_A$  am öffentlichen Gut und das private Gut  $x_A$  ausgibt  $\Rightarrow x_A + G_A = 1$ . Das Nutzenniveau von  $B$  interessiert jetzt nicht mehr, aber  $A$  geht davon aus, dass  $B$  eine feste Menge  $G_B$  des öffentlichen Gutes finanziert. Das bedeutet, dass  $A$  die Menge von  $G = G_A + G_B$  konsumieren kann, denn die jeweils finanzierten Mengen  $G_A$  und  $G_B$  können gleichzeitig (nicht Ausschließbarkeit, nicht Rivalität im Konsum)

## Blatt 1 Aufgabe 1b

Was ändert sich im Optimierungsansatz?  $A$  schaut nur auf sein eigenes Budget  $y_A = 1$ , welches er für seinen Anteil an der Finanzierung  $G_A$  am öffentlichen Gut und das private Gut  $x_A$  ausgibt  $\Rightarrow x_A + G_A = 1$ . Das Nutzenniveau von  $B$  interessiert jetzt nicht mehr, aber  $A$  geht davon aus, dass  $B$  eine feste Menge  $G_B$  des öffentlichen Gutes finanziert. Das bedeutet, dass  $A$  die Menge von  $G = G_A + G_B$  konsumieren kann, denn die jeweils finanzierten Mengen  $G_A$  und  $G_B$  können gleichzeitig (nicht Ausschließbarkeit, nicht Rivalität im Konsum) auch durch das jeweils andere Individuum genutzt werden.

## Blatt 1 Aufgabe 1b

Was ändert sich im Optimierungsansatz?  $A$  schaut nur auf sein eigenes Budget  $y_A = 1$ , welches er für seinen Anteil an der Finanzierung  $G_A$  am öffentlichen Gut und das private Gut  $x_A$  ausgibt  $\Rightarrow x_A + G_A = 1$ . Das Nutzenniveau von  $B$  interessiert jetzt nicht mehr, aber  $A$  geht davon aus, dass  $B$  eine feste Menge  $G_B$  des öffentlichen Gutes finanziert. Das bedeutet, dass  $A$  die Menge von  $G = G_A + G_B$  konsumieren kann, denn die jeweils finanzierten Mengen  $G_A$  und  $G_B$  können gleichzeitig (nicht Ausschließbarkeit, nicht Rivalität im Konsum) auch durch das jeweils andere Individuum genutzt werden. Das individuelle Maximierungsproblem ergibt sich damit zu

## Blatt 1 Aufgabe 1b

Was ändert sich im Optimierungsansatz?  $A$  schaut nur auf sein eigenes Budget  $y_A = 1$ , welches er für seinen Anteil an der Finanzierung  $G_A$  am öffentlichen Gut und das private Gut  $x_A$  ausgibt  $\Rightarrow x_A + G_A = 1$ . Das Nutzenniveau von  $B$  interessiert jetzt nicht mehr, aber  $A$  geht davon aus, dass  $B$  eine feste Menge  $G_B$  des öffentlichen Gutes finanziert. Das bedeutet, dass  $A$  die Menge von  $G = G_A + G_B$  konsumieren kann, denn die jeweils finanzierten Mengen  $G_A$  und  $G_B$  können gleichzeitig (nicht Ausschließbarkeit, nicht Rivalität im Konsum) auch durch das jeweils andere Individuum genutzt werden. Das individuelle Maximierungsproblem ergibt sich damit zu

$$\max_{x_A} (G_A + G_B)^2 \quad NB : x_A + G_A = 1$$

## Blatt 1 Aufgabe 1b

Was ändert sich im Optimierungsansatz?  $A$  schaut nur auf sein eigenes Budget  $y_A = 1$ , welches er für seinen Anteil an der Finanzierung  $G_A$  am öffentlichen Gut und das private Gut  $x_A$  ausgibt  $\Rightarrow x_A + G_A = 1$ . Das Nutzenniveau von  $B$  interessiert jetzt nicht mehr, aber  $A$  geht davon aus, dass  $B$  eine feste Menge  $G_B$  des öffentlichen Gutes finanziert. Das bedeutet, dass  $A$  die Menge von  $G = G_A + G_B$  konsumieren kann, denn die jeweils finanzierten Mengen  $G_A$  und  $G_B$  können gleichzeitig (nicht Ausschließbarkeit, nicht Rivalität im Konsum) auch durch das jeweils andere Individuum genutzt werden. Das individuelle Maximierungsproblem ergibt sich damit zu

$$\max_{x_A} (G_A + G_B)^2 \quad NB : x_A + G_A = 1$$

und die Lagrangefunktion zu

## Blatt 1 Aufgabe 1b

Was ändert sich im Optimierungsansatz?  $A$  schaut nur auf sein eigenes Budget  $y_A = 1$ , welches er für seinen Anteil an der Finanzierung  $G_A$  am öffentlichen Gut und das private Gut  $x_A$  ausgibt  $\Rightarrow x_A + G_A = 1$ . Das Nutzenniveau von  $B$  interessiert jetzt nicht mehr, aber  $A$  geht davon aus, dass  $B$  eine feste Menge  $G_B$  des öffentlichen Gutes finanziert. Das bedeutet, dass  $A$  die Menge von  $G = G_A + G_B$  konsumieren kann, denn die jeweils finanzierten Mengen  $G_A$  und  $G_B$  können gleichzeitig (nicht Ausschließbarkeit, nicht Rivalität im Konsum) auch durch das jeweils andere Individuum genutzt werden. Das individuelle Maximierungsproblem ergibt sich damit zu

$$\max x_A (G_A + G_B)^2 \quad NB : x_A + G_A = 1$$

und die Lagrangefunktion zu

$$L(x_A, G_A, \lambda) = x_A (G_A + G_B)^2 + \lambda (1 - x_A - G_A)$$

## Blatt 1 Aufgabe 1b

Was ändert sich im Optimierungsansatz?  $A$  schaut nur auf sein eigenes Budget  $y_A = 1$ , welches er für seinen Anteil an der Finanzierung  $G_A$  am öffentlichen Gut und das private Gut  $x_A$  ausgibt  $\Rightarrow x_A + G_A = 1$ . Das Nutzenniveau von  $B$  interessiert jetzt nicht mehr, aber  $A$  geht davon aus, dass  $B$  eine feste Menge  $G_B$  des öffentlichen Gutes finanziert. Das bedeutet, dass  $A$  die Menge von  $G = G_A + G_B$  konsumieren kann, denn die jeweils finanzierten Mengen  $G_A$  und  $G_B$  können gleichzeitig (nicht Ausschließbarkeit, nicht Rivalität im Konsum) auch durch das jeweils andere Individuum genutzt werden. Das individuelle Maximierungsproblem ergibt sich damit zu

$$\max_{x_A} (G_A + G_B)^2 \quad NB : x_A + G_A = 1$$

und die Lagrangefunktion zu

$$L(x_A, G_A, \lambda) = x_A (G_A + G_B)^2 + \lambda (1 - x_A - G_A)$$

Beachten Sie, dass für  $A$  die Menge  $G_B$  eine feste Zahl ist! Vgl. Spieltheorie: Ich optimiere mein Verhalten, gegeben das Verhalten der anderen!

Die Optimierung läuft wieder über das Nullsetzen der partiellen Ableitungen:



Die Optimierung läuft wieder über das Nullsetzen der partiellen Ableitungen:

$$\frac{\partial L}{\partial x_A} = (G_A + G_B)^2 - \lambda = 0$$

Die Optimierung läuft wieder über das Nullsetzen der partiellen Ableitungen:

$$\frac{\partial L}{\partial x_A} = (G_A + G_B)^2 - \lambda = 0 \Rightarrow (G_A + G_B)^2 = \lambda \quad (7)$$

Die Optimierung läuft wieder über das Nullsetzen der partiellen Ableitungen:

$$\frac{\partial L}{\partial x_A} = (G_A + G_B)^2 - \lambda = 0 \Rightarrow (G_A + G_B)^2 = \lambda \quad (7)$$

$$\frac{\partial L}{\partial G} = 2x_A(G_A + G_B) - \lambda = 0$$

Die Optimierung läuft wieder über das Nullsetzen der partiellen Ableitungen:

$$\frac{\partial L}{\partial x_A} = (G_A + G_B)^2 - \lambda = 0 \Rightarrow (G_A + G_B)^2 = \lambda \quad (7)$$

$$\frac{\partial L}{\partial G} = 2x_A(G_A + G_B) - \lambda = 0 \Rightarrow 2x_A(G_A + G_B) = \lambda \quad (8)$$

Die Optimierung läuft wieder über das Nullsetzen der partiellen Ableitungen:

$$\frac{\partial L}{\partial x_A} = (G_A + G_B)^2 - \lambda = 0 \Rightarrow (G_A + G_B)^2 = \lambda \quad (7)$$

$$\frac{\partial L}{\partial G} = 2x_A(G_A + G_B) - \lambda = 0 \Rightarrow 2x_A(G_A + G_B) = \lambda \quad (8)$$

und der Ressourcenbeschränkung

Die Optimierung läuft wieder über das Nullsetzen der partiellen Ableitungen:

$$\frac{\partial L}{\partial x_A} = (G_A + G_B)^2 - \lambda = 0 \Rightarrow (G_A + G_B)^2 = \lambda \quad (7)$$

$$\frac{\partial L}{\partial G} = 2x_A(G_A + G_B) - \lambda = 0 \Rightarrow 2x_A(G_A + G_B) = \lambda \quad (8)$$

und der Ressourcenbeschränkung

$$x_A + G_A = 1 \Rightarrow$$

Die Optimierung läuft wieder über das Nullsetzen der partiellen Ableitungen:

$$\frac{\partial L}{\partial x_A} = (G_A + G_B)^2 - \lambda = 0 \Rightarrow (G_A + G_B)^2 = \lambda \quad (7)$$

$$\frac{\partial L}{\partial G} = 2x_A(G_A + G_B) - \lambda = 0 \Rightarrow 2x_A(G_A + G_B) = \lambda \quad (8)$$

und der Ressourcenbeschränkung

$$x_A + G_A = 1 \Rightarrow x_A = 1 - G_A \quad (9)$$

Wieder teilen wir  $(7):(8)$  und erhalten:



Wieder teilen wir (7):(8) und erhalten:

$$\frac{(G_A + G_B)^2}{2x_A(G_A + G_B)} = 1 \Rightarrow$$

Wieder teilen wir (7):(8) und erhalten:

$$\frac{(G_A + G_B)^2}{2x_A(G_A + G_B)} = 1 \Rightarrow 2x_A = G_A + G_B$$

Wieder teilen wir (7):(8) und erhalten:

$$\frac{(G_A + G_B)^2}{2x_A(G_A + G_B)} = 1 \Rightarrow 2x_A = G_A + G_B$$

Einsetzen der Ressourcenbeschränkung (9) liefert dann

Wieder teilen wir (7):(8) und erhalten:

$$\frac{(G_A + G_B)^2}{2x_A(G_A + G_B)} = 1 \Rightarrow 2x_A = G_A + G_B$$

Einsetzen der Ressourcenbeschränkung (9) liefert dann

$$2x_A = 2(1 - G_A) =$$

Wieder teilen wir (7):(8) und erhalten:

$$\frac{(G_A + G_B)^2}{2x_A(G_A + G_B)} = 1 \Rightarrow 2x_A = G_A + G_B$$

Einsetzen der Ressourcenbeschränkung (9) liefert dann

$$2x_A = 2(1 - G_A) = 2 - 2G_A = G_A + G_B \Rightarrow$$

Wieder teilen wir (7):(8) und erhalten:

$$\frac{(G_A + G_B)^2}{2x_A(G_A + G_B)} = 1 \Rightarrow 2x_A = G_A + G_B$$

Einsetzen der Ressourcenbeschränkung (9) liefert dann

$$2x_A = 2(1 - G_A) = 2 - 2G_A = G_A + G_B \Rightarrow 2 = 3G_A + G_B \Rightarrow$$

Wieder teilen wir (7):(8) und erhalten:

$$\frac{(G_A + G_B)^2}{2x_A(G_A + G_B)} = 1 \Rightarrow 2x_A = G_A + G_B$$

Einsetzen der Ressourcenbeschränkung (9) liefert dann

$$2x_A = 2(1 - G_A) = 2 - 2G_A = G_A + G_B \Rightarrow 2 = 3G_A + G_B \Rightarrow$$

$$3G_A = 2 - G_B \Rightarrow$$

Wieder teilen wir (7):(8) und erhalten:

$$\frac{(G_A + G_B)^2}{2x_A(G_A + G_B)} = 1 \Rightarrow 2x_A = G_A + G_B$$

Einsetzen der Ressourcenbeschränkung (9) liefert dann

$$2x_A = 2(1 - G_A) = 2 - 2G_A = G_A + G_B \Rightarrow 2 = 3G_A + G_B \Rightarrow$$

$$3G_A = 2 - G_B \Rightarrow G_A(G_B) = \frac{1}{3}(2 - G_B)$$



Wieder teilen wir (7):(8) und erhalten:

$$\frac{(G_A + G_B)^2}{2x_A(G_A + G_B)} = 1 \Rightarrow 2x_A = G_A + G_B$$

Einsetzen der Ressourcenbeschränkung (9) liefert dann

$$2x_A = 2(1 - G_A) = 2 - 2G_A = G_A + G_B \Rightarrow 2 = 3G_A + G_B \Rightarrow$$

$$3G_A = 2 - G_B \Rightarrow G_A(G_B) = \frac{1}{3}(2 - G_B)$$

Dies ist die sogenannte Reaktionsfunktion von  $A$ , gegeben die von  $B$  bereitgestellte Menge  $G_B$ .

Wieder teilen wir (7):(8) und erhalten:

$$\frac{(G_A + G_B)^2}{2x_A(G_A + G_B)} = 1 \Rightarrow 2x_A = G_A + G_B$$

Einsetzen der Ressourcenbeschränkung (9) liefert dann

$$2x_A = 2(1 - G_A) = 2 - 2G_A = G_A + G_B \Rightarrow 2 = 3G_A + G_B \Rightarrow$$

$$3G_A = 2 - G_B \Rightarrow G_A(G_B) = \frac{1}{3}(2 - G_B)$$

Dies ist die sogenannte Reaktionsfunktion von  $A$ , gegeben die von  $B$  bereitgestellte Menge  $G_B$ .

$$G_A(G_B) = \frac{1}{3}(2 - G_B)$$

Wieder teilen wir (7):(8) und erhalten:

$$\frac{(G_A + G_B)^2}{2x_A(G_A + G_B)} = 1 \Rightarrow 2x_A = G_A + G_B$$

Einsetzen der Ressourcenbeschränkung (9) liefert dann

$$2x_A = 2(1 - G_A) = 2 - 2G_A = G_A + G_B \Rightarrow 2 = 3G_A + G_B \Rightarrow$$

$$3G_A = 2 - G_B \Rightarrow G_A(G_B) = \frac{1}{3}(2 - G_B)$$

Dies ist die sogenannte Reaktionsfunktion von  $A$ , gegeben die von  $B$  bereitgestellte Menge  $G_B$ .

$$G_A(G_B) = \frac{1}{3}(2 - G_B)$$

Dies ist der gleiche Formalismus wie beim Cournotwettbewerb, den Sie in Mikro kennengelernt haben, wenn zwei Anbieter sich einen Markt aufteilen und jeweils den eigenen Gewinn maximieren, gegeben die Menge des anderen.

Da  $B$  die gleiche Nutzenfunktion  $u_B = x_B G^2$  und

Da  $B$  die gleiche Nutzenfunktion  $u_B = x_B G^2$  und das gleiche Budget  $y_B = 1$  hat, läuft der Optimierungsprozess für  $B$  identisch ab.

Da  $B$  die gleiche Nutzenfunktion  $u_B = x_B G^2$  und das gleiche Budget  $y_B = 1$  hat, läuft der Optimierungsprozess für  $B$  identisch ab. Für die Bestimmung der Reaktionsfunktion von  $B$  müssen wir damit nur die Indices  $A$  und  $B$  vertauschen!

Da  $B$  die gleiche Nutzenfunktion  $u_B = x_B G^2$  und das gleiche Budget  $y_B = 1$  hat, läuft der Optimierungsprozess für  $B$  identisch ab. Für die Bestimmung der Reaktionsfunktion von  $B$  müssen wir damit nur die Indices  $A$  und  $B$  vertauschen! Reaktionsfunktion  $B$

$$G_B(G_A) = \frac{1}{3}(2 - G_A)$$

Da beide Individuen sich gleichzeitig nutzenmaximierend verhalten,



Da beide Individuen sich gleichzeitig nutzenmaximierend verhalten, und sie sich gemäß ihrer Reaktionsfunktionen verhalten, ist damit folgendes lineares Gleichungssystem zu lösen:

Da beide Individuen sich gleichzeitig nutzenmaximierend verhalten, und sie sich gemäß ihrer Reaktionsfunktionen verhalten, ist damit folgendes lineares Gleichungssystem zu lösen:

$$G_A = \frac{1}{3}(2 - G_B) \quad (10)$$

$$G_B = \frac{1}{3}(2 - G_A) \quad (11)$$

Da beide Individuen sich gleichzeitig nutzenmaximierend verhalten, und sie sich gemäß ihrer Reaktionsfunktionen verhalten, ist damit folgendes lineares Gleichungssystem zu lösen:

$$G_A = \frac{1}{3}(2 - G_B) \quad (10)$$

$$G_B = \frac{1}{3}(2 - G_A) \quad (11)$$

Dies können Sie über das Einsetzungsverfahren, das Gaußsche Eliminationsverfahren oder die Cramersche Regel, was Sie alles aus der Schule und aus der Wirtschaftsmathematik kennen, lösen:

Einsetzungsverfahren:

$$G_A = \frac{1}{3}(2 - G_B) =$$

Einsetzungsverfahren:

$$G_A = \frac{1}{3}(2 - G_B) = \frac{1}{3}\left(2 - \frac{1}{3}(2 - G_A)\right) \Rightarrow$$

Einsetzungsverfahren:

$$G_A = \frac{1}{3}(2 - G_B) = \frac{1}{3}\left(2 - \frac{1}{3}(2 - G_A)\right) \Rightarrow 3G_A = 2 - \frac{1}{3}(2 - G_A) \Rightarrow$$

Einsetzungsverfahren:

$$G_A = \frac{1}{3}(2 - G_B) = \frac{1}{3}(2 - \frac{1}{3}(2 - G_A)) \Rightarrow 3G_A = 2 - \frac{1}{3}(2 - G_A) \Rightarrow$$

$$2 - 3G_A = \frac{1}{3}(2 - G_A) \Rightarrow$$

Einsetzungsverfahren:

$$G_A = \frac{1}{3}(2 - G_B) = \frac{1}{3}(2 - \frac{1}{3}(2 - G_A)) \Rightarrow 3G_A = 2 - \frac{1}{3}(2 - G_A) \Rightarrow$$

$$2 - 3G_A = \frac{1}{3}(2 - G_A) \Rightarrow 6 - 9G_A = 2 - G_A \Rightarrow$$



Einsetzungsverfahren:

$$G_A = \frac{1}{3}(2 - G_B) = \frac{1}{3}(2 - \frac{1}{3}(2 - G_A)) \Rightarrow 3G_A = 2 - \frac{1}{3}(2 - G_A) \Rightarrow$$

$$2 - 3G_A = \frac{1}{3}(2 - G_A) \Rightarrow 6 - 9G_A = 2 - G_A \Rightarrow 4 = 8G_A \Rightarrow$$

Einsetzungsverfahren:

$$G_A = \frac{1}{3}(2 - G_B) = \frac{1}{3}(2 - \frac{1}{3}(2 - G_A)) \Rightarrow 3G_A = 2 - \frac{1}{3}(2 - G_A) \Rightarrow$$

$$2 - 3G_A = \frac{1}{3}(2 - G_A) \Rightarrow 6 - 9G_A = 2 - G_A \Rightarrow 4 = 8G_A \Rightarrow G_A^+ = \frac{1}{2}$$

Einsetzungsverfahren:

$$G_A = \frac{1}{3}(2 - G_B) = \frac{1}{3}(2 - \frac{1}{3}(2 - G_A)) \Rightarrow 3G_A = 2 - \frac{1}{3}(2 - G_A) \Rightarrow$$

$$2 - 3G_A = \frac{1}{3}(2 - G_A) \Rightarrow 6 - 9G_A = 2 - G_A \Rightarrow 4 = 8G_A \Rightarrow G_A^+ = \frac{1}{2}$$

$$G_B^+ = \frac{1}{3}(2 - G_A^+) =$$

Einsetzungsverfahren:

$$G_A = \frac{1}{3}(2 - G_B) = \frac{1}{3}(2 - \frac{1}{3}(2 - G_A)) \Rightarrow 3G_A = 2 - \frac{1}{3}(2 - G_A) \Rightarrow$$

$$2 - 3G_A = \frac{1}{3}(2 - G_A) \Rightarrow 6 - 9G_A = 2 - G_A \Rightarrow 4 = 8G_A \Rightarrow G_A^+ = \frac{1}{2}$$

$$G_B^+ = \frac{1}{3}(2 - G_A^+) = \frac{1}{3}(2 - \frac{1}{2}) =$$

Einsetzungsverfahren:

$$G_A = \frac{1}{3}(2 - G_B) = \frac{1}{3}(2 - \frac{1}{3}(2 - G_A)) \Rightarrow 3G_A = 2 - \frac{1}{3}(2 - G_A) \Rightarrow$$

$$2 - 3G_A = \frac{1}{3}(2 - G_A) \Rightarrow 6 - 9G_A = 2 - G_A \Rightarrow 4 = 8G_A \Rightarrow G_A^+ = \frac{1}{2}$$

$$G_B^+ = \frac{1}{3}(2 - G_A^+) = \frac{1}{3}(2 - \frac{1}{2}) = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

Einsetzungsverfahren:

$$G_A = \frac{1}{3}(2 - G_B) = \frac{1}{3}(2 - \frac{1}{3}(2 - G_A)) \Rightarrow 3G_A = 2 - \frac{1}{3}(2 - G_A) \Rightarrow$$

$$2 - 3G_A = \frac{1}{3}(2 - G_A) \Rightarrow 6 - 9G_A = 2 - G_A \Rightarrow 4 = 8G_A \Rightarrow G_A^+ = \frac{1}{2}$$

$$G_B^+ = \frac{1}{3}(2 - G_A^+) = \frac{1}{3}(2 - \frac{1}{2}) = \frac{1}{2} \Rightarrow G^+ = G_A^+ + G_B^+ = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

Einsetzungsverfahren:

$$G_A = \frac{1}{3}(2 - G_B) = \frac{1}{3}(2 - \frac{1}{3}(2 - G_A)) \Rightarrow 3G_A = 2 - \frac{1}{3}(2 - G_A) \Rightarrow$$

$$2 - 3G_A = \frac{1}{3}(2 - G_A) \Rightarrow 6 - 9G_A = 2 - G_A \Rightarrow 4 = 8G_A \Rightarrow G_A^+ = \frac{1}{2}$$

$$G_B^+ = \frac{1}{3}(2 - G_A^+) = \frac{1}{3}(2 - \frac{1}{2}) = \frac{1}{2} \Rightarrow G^+ = G_A^+ + G_B^+ = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

## Blatt 1 Aufgabe 1c



## Blatt 1 Aufgabe 1c

Damit wird

$$G^+ = G_A^+ + G_A^+ = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

## Blatt 1 Aufgabe 1c

Damit wird

$$G^+ = G_A^+ + G_A^+ = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 < \frac{3}{4} = G^*$$

## Blatt 1 Aufgabe 1c

Damit wird

$$G^+ = G_A^+ + G_A^+ = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 < \frac{3}{4} = G^*$$

unter egoistischer Nutzenmaximierung  $G^+ = 1$  weniger des öffentlichen Gutes bereitgestellt,

## Blatt 1 Aufgabe 1c

Damit wird

$$G^+ = G_A^+ + G_A^+ = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 < \frac{3}{4} = G^*$$

unter egoistischer Nutzenmaximierung  $G^+ = 1$  weniger des öffentlichen Gutes bereitgestellt, als die pareto-effiziente Menge  $G^* = \frac{4}{3}$ .

## Blatt 1 Aufgabe 1c

Damit wird

$$G^+ = G_A^+ + G_A^+ = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 < \frac{3}{4} = G^*$$

unter egoistischer Nutzenmaximierung  $G^+ = 1$  weniger des öffentlichen Gutes bereitgestellt, als die pareto-effiziente Menge  $G^* = \frac{4}{3}$ .

Die pareto-effiziente Menge könnte z.B. über die Besteuerung der Individuen

## Blatt 1 Aufgabe 1c

Damit wird

$$G^+ = G_A^+ + G_A^+ = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 < \frac{3}{4} = G^*$$

unter egoistischer Nutzenmaximierung  $G^+ = 1$  weniger des öffentlichen Gutes bereitgestellt, als die pareto-effiziente Menge  $G^* = \frac{4}{3}$ .

Die pareto-effiziente Menge könnte z.B. über die Besteuerung der Individuen oder eine direkte Verpflichtung zur Finanzierung des öffentlichen Gutes erreicht werden.