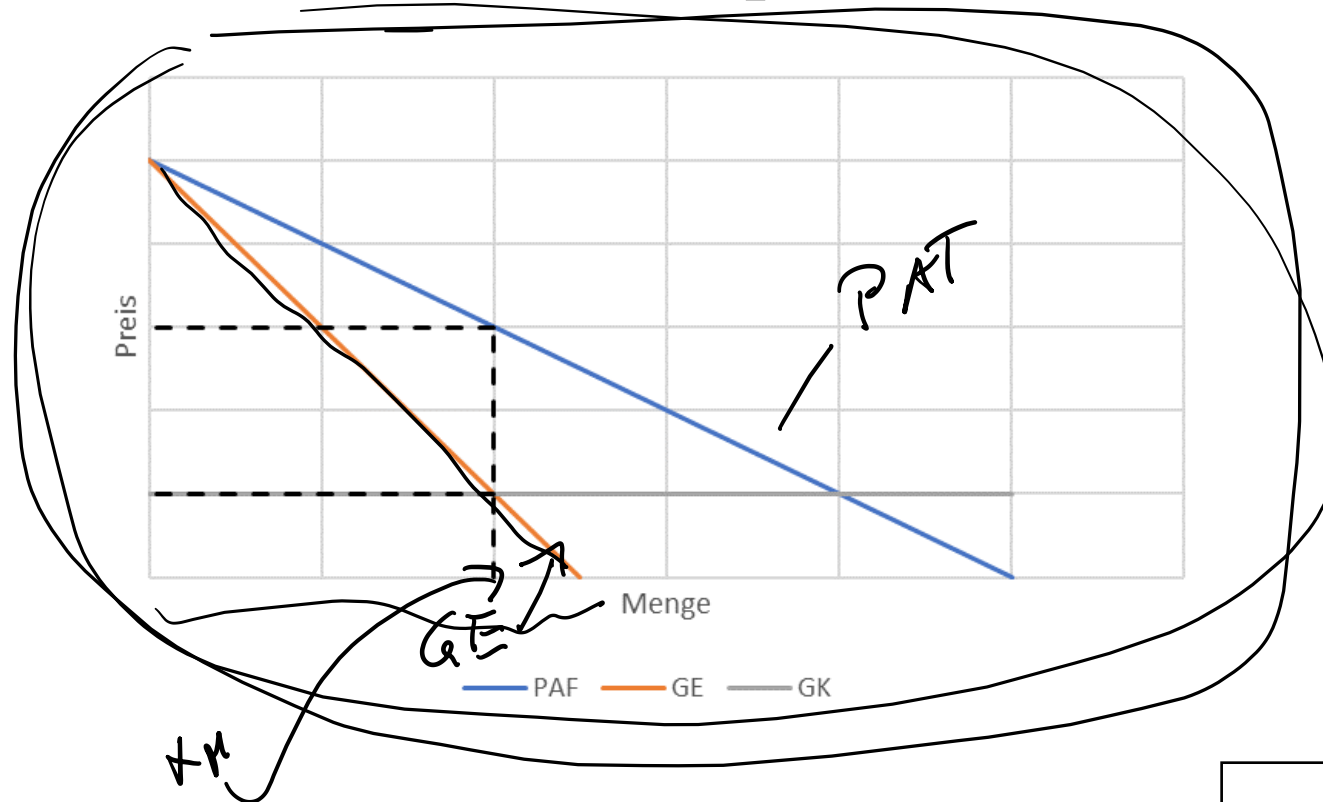


Das Monopol

Wilhelmshaven



!!!Achtung!!!
Es wird kompliziert

Prof. Dr. Bernhard Köster
Jade-Hochschule Wilhelmshaven

<http://bernhardkoester.de/video/inhalt.htm>

[youtube Bernhard Köster](#)

Monopolist: 1 Anbieter + Viele Nachfrager
 ↳ Preissetzungsmacht!



* 28. August 1801 (Gray)
 † 31. März 1877 (Paris)
 Mathematiker und
 Wirtschaftstheoretiker

Quelle: Wikipedia

Preisabsatzfunktion (PAF)

$x(p)$

- (1) $x(p) > 0$
- (2) $x'(p) < 0$
- (3) $x^{-1}(p) = p(x) \rightarrow p'(x) < 0$

Ertrag $E(x)$ und Grenzertrag $GE(x)$

$\overset{p(x)}{\text{Preis}} \cdot \overset{x}{\text{Menge}} = E(x)$
 $GE = E'(x)$

- (a) $GE(x) > 0$
 - (b) $GE'(x) < 0$
- } | positive + fallende Grenzerträge

Kosten $c(x)$

↳ Produktionsbed.
 " exakt. Produktionsfkt.
 " Abnehmende Grenzproduktbarkeit

- (i) $c(x) > 0$
- (ii) $c'(x) > 0$
- (iii) $c''(x) > 0$

August Cournot
 Cobb-Douglas
 Produktionsfunktion
 max $(x_1^{1/2} x_2^{1/2})$ NB $m = p_1 x_1 + p_2 x_2 \rightarrow p \sim \frac{1}{x}$

August Cournot

Gewinn = Ertrag - Kosten

$\text{Preis} \times \text{Menge} - \text{Kosten}$

$\pi(x) = p(x) \cdot x - c(x)$

Zielfunktion

??Optimierung??

Optimierung verbal

→ Inhibition : abnehmende GE → mit jeder zusätzlich abgesetzten Einheit x kommt immer weniger zusätzlicher Ertrag hinzu

zunehmende Grenzkosten ($c'(x) > 0$) mit jeder zusätzlich produzierten Einheit kommt immer mehr zusätzliche Kosten hinzu

Annahme: Für die erste produzierte Einheit gilt, bei einer größeren Produktion wird später an einer Stelle gelten, dass der zusätzliche Ertrag, der letzten produzierten Einheit gerade noch den zusätzlichen Kosten entspricht

$$\underline{\text{Gewinn}} = \underline{\text{Ertrag}} - \text{Kosten}$$

dass der Ertrag(1) Kosten(1) ist $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ im Optimum gilt $G_E = G_K$

(vgl. VKK 1 = G_K Optimalbed.)

Optimierung mathematisch formal

$$\pi(x) = \overbrace{p(x) \cdot x}^{\text{Bed. 1. ord.}} - c(x) \quad \pi'(x) = \overbrace{0}^{G_E} \Rightarrow \overbrace{p'(x) \cdot x + p(x)}^{G_E} - \overbrace{c'(x)}^{G_K}$$

$$\Rightarrow \underbrace{p'(x^*) \cdot x^* + p(x^*)}_{G_E} = \underbrace{c'(x^*)}_{G_K} \quad (\text{in Allg. wird angenommen, dass die Bed. 2 auch erfüllt})$$

Optimalitätsbed.

Monopol: Lineares Beispiel

Annahmen:

$$A, B, c_f, c_v > 0$$

PAF: $p(x) = A - Bx$ Kosten: $c(x) = c_f + c_v x$

Fixkosten c_f variablen Kosten c_v
 Achse $\Rightarrow c'(x) = c_v = \text{const}$

$$A > c_v + 2\sqrt{Bc_f}$$

$$\pi(x) = (A - Bx) \cdot x - c_f - c_v \cdot x$$

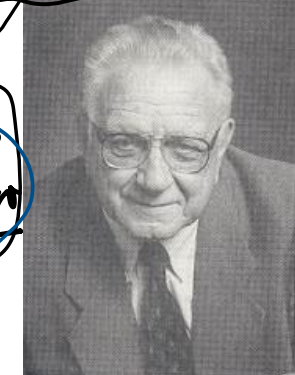
$$\pi'(x) = A - 2Bx - c_v \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow GE = GK$$

$GK := \text{Grundkosten}$

$$\Rightarrow A - c_v = 2Bx \Rightarrow x_M = \frac{A - c_v}{2B} \leadsto PAF(x_M) = p_M = \frac{A + c_v}{2} > c_v$$

Arnold Harberg

$$\pi(x_M) = \frac{A + c_v}{2} \cdot \frac{A - c_v}{2B} - c_f - c_v \frac{A - c_v}{2B} = \frac{(A - c_v)^2}{4B} - c_f \geq 0$$



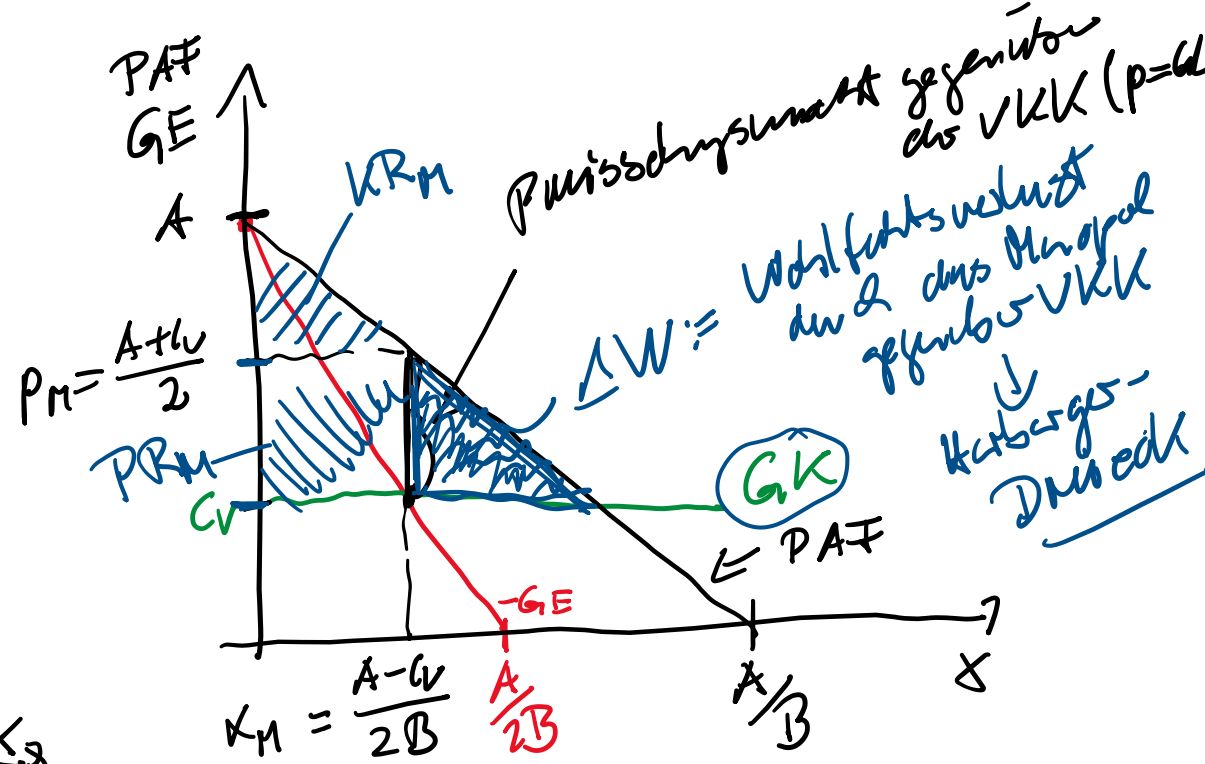
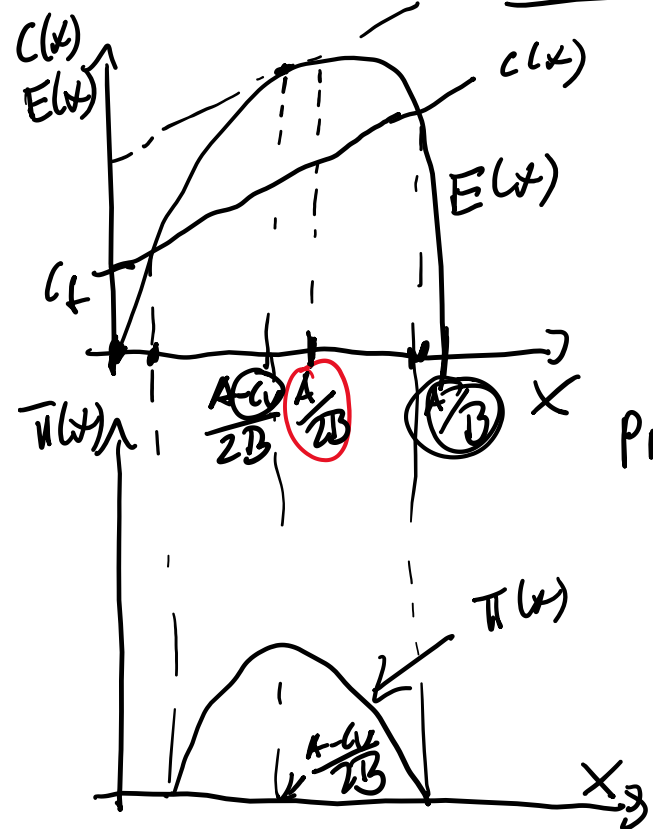
* 27. Juli 1924
(Newark, USA)

Ökonom
Quelle: UCLA

$$\Rightarrow (A - c_v)^2 > 4Bc_f \Rightarrow A > 2\sqrt{Bc_f} + c_v$$

Rechnen Sie das Beispiel:

$$A = 12, B = 2, c_f = 1, c_v = 2$$



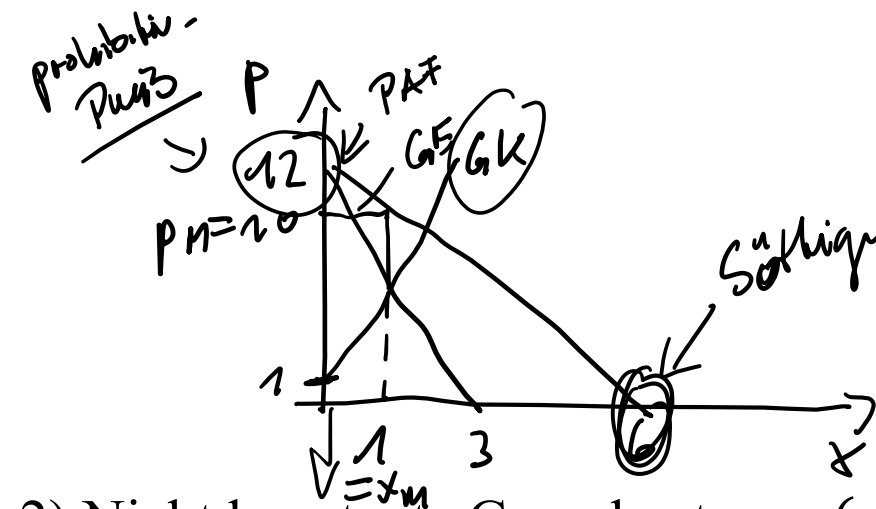
1) Nicht konstante Grenzkosten: $c(x) = 1 + 2x + 3x^2$

Lineare PAF: $p(x) = 12 - 2x$

$$\pi(x) = (12 - 2x)x - 1 - 2x - 3x^2 \Rightarrow \pi'(x) = \underbrace{12 - 4x}_{GE} - \underbrace{2 - 6x}_{GK} \Rightarrow \underbrace{12 - 4x}_{GE} = \underbrace{2 + 6x}_{GK} \Rightarrow x_H = 1$$

$$p_H = 10$$

$$\pi_H = 10 - 6 = 4$$



Sättigungsmenge widerspricht der
→ Nichtsättigungshypothese aus der
Nutzentheorie

"mehr ist immer besser"

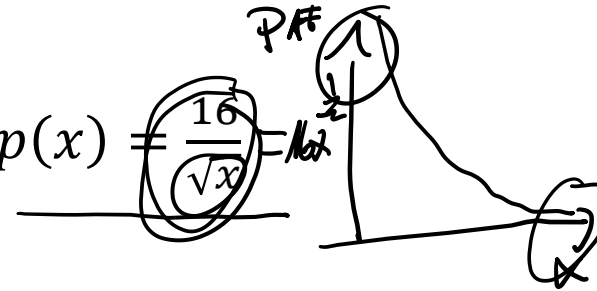
2) Nicht konstante Grenzkosten: $c(x) = 1 + 2x + 3x^2$

Nicht lineare PAF: $p(x) = \frac{16}{\sqrt{x}}$

$$\pi(x) = \frac{16}{\sqrt{x}} \cdot x - 1 - 2x - 3x^2 \Rightarrow GE = GK$$

$$\frac{16}{\sqrt{x}} = 1 + 2x + 3x^2 \Rightarrow 16 = \sqrt{x}(1 + 2x + 3x^2) \Rightarrow \frac{16}{x} = (1 + 3x^2)$$

$$GE = E'(x) = \frac{8}{\sqrt{x}}$$



$$\Rightarrow 16 - x(1 + 3x^2) = 0 \rightarrow \text{Polynom 3. Grades (Cardano-Ferrari)}$$

$$\rightarrow \text{problem } x=1 \Rightarrow \frac{16}{1} = (1 + 3 \cdot 1) = 16 \quad x_H = 1$$

$$\pi(x_H) = \frac{16}{\sqrt{1}} \cdot 1 - 1 - 2 \cdot 1 - 3 \cdot 1^2 = 10$$

